

**EL EFECTO DE LOS JUEGOS TECNOLÓGICOS Y EJEMPLOS REALISTAS EN EL
APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES EN LOS ESTUDIANTES DE SÉPTIMO GRADO**

Por
Miguel Ángel Delgado Fernández

Disertación Doctoral sometida al Programa Doctoral en Educación del Recinto de San Germán de la
Universidad Interamericana de Puerto Rico para optar por el grado de Doctor en Educación con
especialidad en Enseñanza de las Matemáticas

9 de diciembre de 2024

Página de Aprobación

Nosotros, los miembros del Comité de Disertación Doctoral y del Comité de Defensa del estudiante Miguel Ángel Delgado Fernández, certificamos que la investigación sometida por éste cumple con los requisitos para las disertaciones doctorales establecidos por el Programa Doctoral en Educación del Recinto de San Germán, de la Universidad Interamericana de Puerto Rico y, para que así conste, firmamos, certificando la aprobación de la misma.

Aprobada: 9 de diciembre, 2024

Fecha



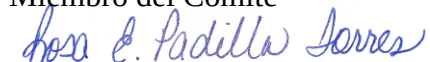
Dr. Álvaro R. Lecompte Montes, Ph.D.
Presidente del Comité



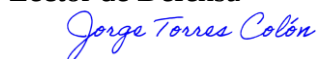
Dr. Ángel Sánchez Feliciano, Ed.D.
Miembro del Comité



Dr. Carlos Martínez Bonilla, Ed.D.
Miembro del Comité



Dra. Rosa E. Padilla Torres, Ed.D.
Lector de Defensa



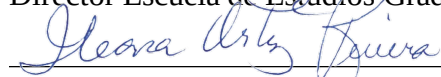
Dr. Jorge Torres Colón, Ed.D.
Lector de Defensa



Dra. Mary L. Martínez Aldebol, Ed.D.
Directora Departamento de Ciencias Sociales, Educación y Humanidades



Dr. Carlos E. Irizarry Guzmán, DBA.
Director Escuela de Estudios Graduados e Investigación



Dra. Ileana Ortiz Rivera, Ed.D.
Decana de Asuntos Académicos

24 de marzo de 2025

Fecha

24 de marzo de 2025

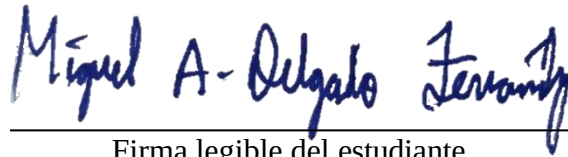
Fecha

24 de marzo de 2025

Fecha

Certificación de Autoría

Yo, Miguel Ángel Delgado Fernández, certifico que la disertación doctoral titulada El Efecto de los Juegos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los estudiantes de Séptimo Grado, la cual presento como requisito para optar por el Grado de Doctor en el Programa de Educación del Recinto de San Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, es el producto de mi labor investigativa. Asimismo, doy fe de que este trabajo es uno original e inédito

A handwritten signature in blue ink, reading "Miguel A. Delgado Fernández", written over a horizontal line.

Firma legible del estudiante

Prefacio

Este trabajo de investigación lo dedico primeramente a Dios, que me ha dado las fuerzas para no rendirme en este proceso por los pasados siete años. Además, este trabajo no habría sido posible sin el apoyo y amor incondicional de mis padres, a quienes también dedico palabras de agradecimiento. Ellos me han brindado constante confianza en mis capacidades y han sido mis pilares fundamentales a lo largo de todo este proceso. A mis hermanas, por su paciencia y por siempre brindarme su respaldo.

Quisiera también expresar mi más sincero agradecimiento a mi presidente del comité de disertación doctoral, Dr. Álvaro Lecompte, cuya orientación y sabiduría han sido esenciales para el desarrollo de este estudio. Su apoyo y dedicación me guiaron en cada etapa del trabajo, brindándome los conocimientos y recursos necesarios para avanzar.

Agradezco también profundamente a mis profesores, quienes, con sus valiosas contribuciones y discusiones, enriquecieron este proceso académico, ayudándome a alcanzar una visión más profunda en mi área de investigación. A la Dra. Wanda I. Rivera Rivas, el Dr. Jaime W. Abreu Ramos y el Dr. Jorge Torres Colón, quienes colaboraron con la validación de instrumentos.

A las maestras colaboradoras, Profesora Amabel Soto Guzmán y Profesora Milka Peña Tapia quienes dijeron que sí, desde que se le pidió su colaboración para llevar a cabo este estudio. A los estudiantes que participaron en este estudio, gracias por su tiempo, disposición y entusiasmo. Su colaboración ha sido clave para el éxito de esta investigación.

Finalmente, quiero reconocer a la Dra. Wanda I. Rivera Rivas, Gerente de Operaciones del Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico, por hacerme parte del programa para el cual colaboro incondicionalmente. Sus recomendaciones han sido una fuente importante para este trabajo. Este estudio es el reflejo del esfuerzo y apoyo de todos ustedes. A todos, mi más sincero agradecimiento.

Resumen

El problema de investigación se basa en la premisa de que las fracciones son un tema complejo tanto para maestros como para estudiantes, como lo sugieren estudios previos (Clarke, 2009; Legarreta, 2017). La pregunta central es si existe un efecto significativo entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado. La investigación buscó abordar esta cuestión considerando dos enfoques: la gamificación, mediante el uso de la aplicación Kahoot, y la Matemática Realista, con un módulo didáctico basado en ejemplos contextualizados. El marco teórico se fundamentó en dos teorías clave: la Gamificación, que traslada dinámicas de juegos al aprendizaje para fomentar la motivación y mejorar los resultados (Educación 3.0, 2013), y la Matemática Realista, de Hans Freudenthal, que enfatiza la conexión de las matemáticas con la realidad y la matematización de situaciones problemáticas (Pérez et al., 2016). Ambas teorías sugieren enfoques activos y contextualizados para enseñar fracciones, buscando aumentar el interés y la comprensión de los estudiantes. La metodología empleada es cuantitativa, con un diseño cuasiexperimental en la cual se trabajó con tres grupos: un grupo control (que recibió enseñanza tradicional) y dos grupos experimentales, el primero utilizando la aplicación Kahoot (gamificación) y el segundo, un módulo didáctico basado en ejemplos realistas. Se compararon los resultados de los estudiantes mediante pruebas antes y después del tratamiento. Los resultados revelaron que el grupo que utilizó Kahoot (gamificación) mostró un rendimiento significativamente superior al grupo control, con un p ajustado de 0.027, lo que indicó que la herramienta tecnológica favorece el aprendizaje de fracciones. En cambio, no se encontró una diferencia significativa entre el uso de ejemplos realistas y la enseñanza tradicional, ni entre los dos métodos experimentales. Las conclusiones destacaron que la gamificación, particularmente mediante el uso de Kahoot, mejora el aprendizaje de fracciones en comparación con la enseñanza tradicional. Sin embargo, no se encontraron diferencias significativas entre los métodos de gamificación y ejemplos realistas. Esto sugiere que, aunque ambos enfoques tienen potencial, la gamificación es más eficaz para enseñar fracciones.

Tabla de Contenido

Página de Aprobación	ii
Certificación de Autoría	iii
Prefacio	iv
Resumen	v
Índice de Tablas	vii
Índice de Ilustraciones	viii
Índice de Apéndices	ix

Capítulo I. Introducción: Planteamiento del Problema de Investigación 1

Antecedentes	3
Problema de investigación	11
Propósito del estudio	12
Hipótesis	13
Justificación	13
Marco teórico	14
Definiciones operacionales o términos del estudio	23

Capítulo II. Revisión de la Literatura 26

Enseñanza y aprendizaje de fracciones	26
Gamificación	72
Matemática Realista	76
Síntesis de la revisión de la literatura	78

Capítulo III. Método 80

Diseño de investigación	80
Participantes de investigación	80
Instrumentos de medición o métodos para recopilar la información	82
Validez y confiabilidad	82
Procedimiento	83
Análisis estadístico	87

Capítulo IV. Resultados 88

Capítulo V. Discusión 126

Referencias 138

Apéndices 153

Índice de Tablas

Tabla 1.	<i>Resultados de Pre-Prueba (Grupo Control)</i>	91
Tabla 2.	<i>Resultados de Pos-Prueba (Grupo Control)</i>	91
Tabla 3.	<i>Cambio Pos-Pre (Grupo Control)</i>	92
Tabla 4.	<i>Resultados de Pre-Prueba (Grupo Experimental A: Kahoot)</i>	93
Tabla 5.	<i>Resultados de Pos-Prueba (Grupo Experimental A: Kahoot)</i>	93
Tabla 6.	<i>Cambio Pos-Pre (Grupo Experimental A: Kahoot)</i>	94
Tabla 7.	<i>Resultados de Pre-Prueba (Grupo Experimental B: Módulo Didáctico)</i>	95
Tabla 8.	<i>Resultados de Pos-Prueba (Grupo Experimental B: Módulo Didáctico)</i>	95
Tabla 9.	<i>Cambio Pos-Pre (Grupo Experimental B: Módulo Didáctico)</i>	96
Tabla 10.	<i>Resumen de contraste de hipótesis (Prueba H de Kruskal-Wallis con respecto a Ganancia)</i>	98
Tabla 11.	<i>Resumen de prueba Kruskal-Wallis de muestras independientes (Ganancia entre Grupo)</i>	99
Tabla 12.	<i>Comparaciones por parejas de Grupo (Ganancia)</i>	101
Tabla 13.	<i>Estadísticos descriptivos de la Prueba H de Kruskal Wallis (Pre-Pos Prueba)</i>	104
Tabla 14.	<i>Rangos de la Prueba H de Kruskal-Wallis (Pre-Pos Prueba)</i>	106
Tabla 15.	<i>Estadísticos de prueba de la Prueba H de Kruskal-Wallis (Pre-Pos Prueba)</i>	108
Tabla 16.	<i>Resumen de contrastes de hipótesis de la Prueba H de Kruskal-Wallis (Pre-Pos Prueba)</i>	109
Tabla 17.	<i>Resumen de prueba Kruskal-Wallis de muestras independientes (Pre-Prueba entre Grupo)</i>	110
Tabla 18.	<i>Comparaciones por parejas de Grupo (Pre-Prueba)</i>	112
Tabla 19.	<i>Resumen de prueba Kruskal-Wallis de muestras independientes (Pos-Prueba entre Grupo)</i>	116
Tabla 20.	<i>Comparaciones por parejas de Grupo (Pos-Prueba)</i>	118

Índice de Ilustraciones

Figuras

Figura I. Resultados del Departamento de Educación, Año Escolar 2021-2022 **8**

Figura II. Resultados del Departamento de Educación, Año Escolar 2022-2023 **9**

Figura III. Flujograma de Teorías de Aprendizaje **22**

Figura IV. Mapa Conceptual sobre Enseñanza y Aprendizaje **24**

Figura V. Flujograma del Procedimiento **86**

Gráficas

Gráfica I. Proficiencia de 7mo Grado en matemáticas por año académico (2017-2022) **9**

Gráfica II. Proficiencia de 7mo Grado en matemáticas por año académico (2019-2023) **10**

Gráfica III. Información de campos categóricos Grupo **89**

Gráfica IV. Información de campos categóricos Pre-Prueba **90**

Gráfica V. Información de campos categóricos Pos-Prueba **90**

Gráfica VI. Diagrama de Dispersión de Pre-Pos Prueba Grupo Control (Enseñanza Tradicional) **92**

Gráfica VII. Diagrama de Dispersión de Pre-Pos Prueba Grupo Experimental A (Kahoot) **94**

Gráfica VIII. Diagrama de Dispersión de Pre-Pos Prueba Grupo Experimental B (Módulo Didáctico) **96**

Gráfica IX. Información de campos categóricos Ganancia entre Grupo **97**

Gráfica X. Diagrama de Cajas y Bigotes (Prueba H de Kruskal-Wallis) Ganancia entre grupos **100**

Gráfica XI. Diagrama de Nodos (Comparaciones por parejas de Grupo) Ganancia **103**

Gráfica XII. Diagrama de Cajas y Bigotes (Prueba H de Kruskal-Wallis) Pre-Prueba entre Grupo **111**

Gráfica XIII. Diagrama de Nodos (Comparaciones por parejas de Grupo) Pre-Prueba **114**

Gráfica XIV. Diagrama de Cajas y Bigotes (Prueba H de Kruskal-Wallis) Pos-Prueba entre Grupo **116**

Gráfica XV. Diagrama de Nodos (Comparaciones por parejas de Grupo) Pos-Prueba **119**

Índice de Apéndices

Apéndice A:	Certificados de CITI	153
Apéndice B:	Carta de Autorización de Casa Editorial Santillana	160
Apéndice C:	Módulo Didáctico de Fracciones	161
Apéndice D:	Módulo Didáctico en Kahoot	182
Apéndice E:	Instrumento de Pre-Pos Prueba	183
Apéndice F:	Carta dirigida al Primer Experto para Validación de Instrumentos	186
Apéndice G:	Validación de Instrumentos del Primer Experto	187
Apéndice H:	Carta dirigida al Segundo Experto para Validación de Instrumentos	188
Apéndice I:	Validación de Instrumentos del Segundo Experto	189
Apéndice J:	Carta dirigida al Tercer Experto para Validación de Instrumentos	190
Apéndice K:	Validación de Instrumentos del Tercer Experto	191
Apéndice L:	Aprobación de la Propuesta de Investigación	192
Apéndice M:	Carta al Director Escolar de la Escuela donde se interesa realizar Estudio Piloto	193
Apéndice N:	Solicitud de Permiso al Departamento de Educación de PR para realizar Investigación	195
Apéndice O:	Autorización del Departamento de Educación de Puerto Rico por Primera Vez	198
Apéndice P:	Autorización del Departamento de Educación de Puerto Rico por Segunda Vez	201
Apéndice Q:	Carta de Consentimiento Informado para Madres, Padres o Encargados	205
Apéndice R:	Carta de Asentimiento para Participantes Menores de Edad	209
Apéndice S:	Solicitud de Autorización del Director Escolar de la Escuela donde se interesa realizar la Investigación	213
Apéndice T:	Carta de Presentación para Madres, Padres o Encargados	215
Apéndice U:	Carta de Colaboración para Maestros	217
Apéndice V:	Aprobación del IRB para realizar Estudio Piloto	219
Apéndice W:	Aprobación del IRB para el Estudio Formal	221

Nota Aclaratoria

A los efectos de evitar la repetición en la exposición escrita de este documento se utiliza el género masculino y otras formas genéricas para identificar a todas las personas; excepto en aquellos casos en que es necesario recabar la distinción. La *Ley de Derechos Civiles de 1964* autoriza el uso de términos genéricos para hacer referencias a directores, facultad, estudiantes y cualquier otro grupo que incluya todas las categorías de personas.

Capítulo I. Introducción: Planteamiento del Problema de Investigación

La deficiencia en el entendimiento y operaciones con las fracciones, números racionales, proporciones, porcentajes y la cuantificación de los diferentes eventos de la vida moderna es señalada como uno de los grandes retos de la educación a nivel escolar en Puerto Rico. Esto se evidencia a través de las varias pruebas que se crean para medir lo que el estudiante es capaz de hacer con el conocimiento adquirido en sus años de estudio, en las llamadas, prueba de aptitud o habilidades cognoscitivas (The College Board, 2017).

Los estudiantes de Puerto Rico, tanto de escuelas públicas como privadas, han desmejorado su desempeño en las pruebas que administra el College Board y muestran además un rezago cuando se comparan sus resultados con sus pares de América Latina, en pruebas similares (Gómez, 2014). Antonio Magriñá, director ejecutivo de medición e investigación del College Board, expresó la preocupación de esa entidad con lo que describió como una tendencia de reducción en los resultados, tanto en las pruebas de Aptitud Académica, como en las de Aprovechamiento Académico, que administran (Gómez, 2014). En una tabla que presentó ante la Comisión se evidencia que en las pruebas de Aprovechamiento Académico en matemática, el promedio de resultados para todos los estudiantes de Puerto Rico se redujo de 482 en 1985 a 471 en el año 2014 (Gómez, 2014). El promedio más alto para esta materia fue en el 1993, con 499 y desde entonces la cifra ha ido reduciendo (Gómez, 2014). Una tabla similar para la prueba de Aptitud Académica muestra idénticos resultados. El promedio en el 1985 para “razonamiento matemático” fue de 484 y el correspondiente al 2014 es de 460 (Gómez, 2014).

Igualmente, este asunto se estudia a través del sistema de pruebas estandarizadas que miden la implementación de los estándares y expectativas de contenido que conforman el

currículo del Departamento de Educación de Puerto Rico mediante su administración estándar en papel que incluye el análisis y la divulgación de los resultados de los niveles de aprovechamiento académico de los estudiantes para la toma de decisiones sistémica en todos los niveles operacionales de la agencia; esta se conoce como META-PR (Departamento de Educación de Puerto Rico, 2022, Unidad de Assessment, META-PR). Mediante la administración de estas pruebas se incluye el análisis y la divulgación de los resultados de los niveles de aprovechamiento académico de los estudiantes para la toma de decisiones sistémica en todos los niveles operacionales de la agencia.

En la sociedad del siglo XXI, la formación matemática y cuantitativa se ha convertido en uno de los factores más importantes. Los empleos y las profesiones cada vez más demandan personas capaces de manejar los números, las medidas y la computación. Los más desarrollados en sus aspectos económicos, tecnológicos y sociales han logrado cimentar su progreso en el conocimiento, tanto que la economía actual se conoce como economía del conocimiento. En especial, sobresale el conocimiento de Ciencias, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas (STEM por sus siglas en inglés). Por tanto, sorprende cómo el sistema educativo no está logrando la meta de lograr fomentar el pensamiento cuantitativo de los estudiantes en el área de las fracciones y es por tal razón que llegan con mucho rezago a la escuela superior y lo arrastran hasta el nivel universitario. Este trabajo buscó precisar cuáles son los factores que pueden controlarse o mejorarse hacia un mejor logro educativo hacia el conocimiento y entendimiento de las matemáticas y en específico, sobre el tema de fracciones por la población de Puerto Rico. Es claro que el rol principal corresponde a la escuela, ya que este tema es parte principal de las clases de matemáticas de varios grados escolares, en particular del séptimo grado. Las conclusiones que se obtengan estarán dirigidas en su labor cotidiana para facilitar el aprendizaje

y lograr el conocimiento y entendimiento de los estudiantes para que sean ciudadanos efectivos en su vida.

Lo que resulta diferente y prometedor al día de hoy son los avances en cuanto a la comprensión de cómo el estudiante aprende, de mejores métodos de enseñanza y cómo los seres humanos forman conceptos hacia la aplicación de lo aprendido en la vida real. Esto es mediado por nuevos desarrollos tecnológicos que posibilitan la visualización, la repetición bajo tutores automatizados y la sustitución de los procesos más mecánicos por las etapas más profundas del aprendizaje. Esto lleva a revisar la implementación de los estándares de base común y de la nueva generación de evaluaciones alineadas y rigurosas, ayudará a resolver los continuos desafíos y expandir el progreso ya realizado (National Council of Teachers of Mathematics, 2014. Principios para la Acción Resumen Ejecutivo.). Hoy en día, existen programados muy nuevos para enseñar fracciones. Por ejemplo, una aplicación se llama Educanave, que reúne una recopilación de distintos juegos para repasar de manera entretenida. Se aprende fracciones de un número, equivalentes, sumas y restas, multiplicación, problemas con fracciones son algunos de los conceptos que es posible trabajar. En esta investigación se enfatizará el uso de los juegos tecnológicos para lo cual se utilizará la herramienta Kahoot y las aplicaciones a la vida real con respecto a ejemplos realistas para lo cual se propone utilizar un Módulo Didáctico de Fracciones redactado por el autor.

Antecedentes

Con respecto a la educación se refiere, la Ley de la Reforma Educativa (Ley Número 85-2018. “Ley de Reforma Educativa de Puerto Rico”. 29 de marzo de 2018, según enmendada) establece que el derecho fundamental a la educación trasciende los factores de enseñanza y aprendizaje e incide sobre otros derechos de igual naturaleza tales como la vida, libertad y

propiedad. Además, dota a los seres humanos de destrezas imprescindibles para una mejor calidad de vida, acceso a recursos y oportunidades laborales. La educación es la piedra angular de la sociedad y un factor vital en el desarrollo del ser humano como futuro ciudadano. Su enfoque está dirigido a proveer el conocimiento y las destrezas necesarias para que el estudiante adquiera las herramientas y capacidades que le permitan atender las exigencias de un mundo cambiante y en constante evolución.

En las economías modernas, la educación se ha convertido en uno de los factores más importantes de la producción nacional. Las sociedades que más han avanzado en sus aspectos económicos y sociales han logrado cimentar su progreso en el conocimiento, tanto el que se transmite con la escolarización, como el que se genera a través de la investigación, la productividad, la innovación, la creatividad y la competitividad económica. De igual manera, el desarrollo social y cultural de las naciones dependen, cada vez más, de la educación, los sistemas robustos de comunicación, ciencia e innovación tecnológica. El desarrollo de un sistema de instrucción pública moderno, eficiente, humano y de excelencia es indispensable para que el desarrollo de nuestra Isla sea uno sustentable que, a su vez, maximice los recursos disponibles en la actualidad sin comprometer el progreso de futuras generaciones (Ley Número 85-2018. “Ley de Reforma Educativa de Puerto Rico”. 29 de marzo de 2018, según enmendada).

No obstante, el Programa de Matemáticas (Marco Curricular 2016 del Programa de Matemáticas, DEPR), en su visión, aspira a formar seres humanos preparados en destrezas para la vida; capaces de enfrentarse a los cambios éticos, morales, sociales, culturales, religiosos, económicos y tecnológicos para que puedan lidiar con decisiones apropiadas en este mundo competitivo al cual están expuestos. La misión será la razón fundamental para operar o poner en función estas ideas filosóficas.

A través de los años, el proceso de enseñanza y aprendizaje ha estado enmarcado en varias teorías de aprendizaje. El docente las utiliza ya sea de forma consciente o inconsciente. Los filósofos, psicólogos y recientemente los neurocientíficos, han desarrollado principios y teorías que apuntan a la interrelación del mundo físico, biológico, psicológico y social del estudiante con su aprendizaje (Román, M., et al, 2016. Marco Curricular del Programa de Matemáticas. Hato Rey, Puerto Rico: DEPR).

El Programa de Matemáticas (Carta Circular Núm: 7-2016-2017 del Departamento de Educación de Puerto Rico), en su función de responder a las exigencias de una sociedad multicultural y diversa con un alto nivel de incertidumbre y cambio, aspira a reestructurar el proceso de enseñanza de las matemáticas con una nueva visión que atienda las necesidades de los estudiantes del sistema educativo puertorriqueño. Se visualiza al estudiante y al docente como agentes transformadores; donde el estudiante es el protagonista y el docente el facilitador de los procesos de enseñanza. Desde esta perspectiva. se busca que el aprendizaje ocurra en varias dimensiones del desarrollo humano tal que permita al estudiante adquirir el conocimiento y competencias para lograr saber, saber hacer, saber ser y saber convivir.

Al fundamentar la educación de manera pertinente, flexible y dinámica en estos cuatro pilares, Moya (2013), según citado en la carta circular (Carta Circular Núm: 7-2016-2017 del Departamento de Educación de Puerto Rico), establece las condiciones que debe tener la persona para poder adaptarse en el entorno en el que viven y que deben desarrollarse a lo largo de las distintas etapas de la vida. Así que, por todo lo antes expuesto, es que la enseñanza de las matemáticas debe incluir de forma continua y sostenida la solución de problemas en el quehacer diario y hacer uso de las lecturas presentadas en los Mapas Curriculares. Esta visión trasciende la mera acción de resolver y permite la contextualización y el desarrollo de los conceptos, destrezas

y actitudes que promueven el bienestar individual y colectivo de la comunidad escolar (Carta Circular Núm: 7-2016-2017 del Departamento de Educación de Puerto Rico).

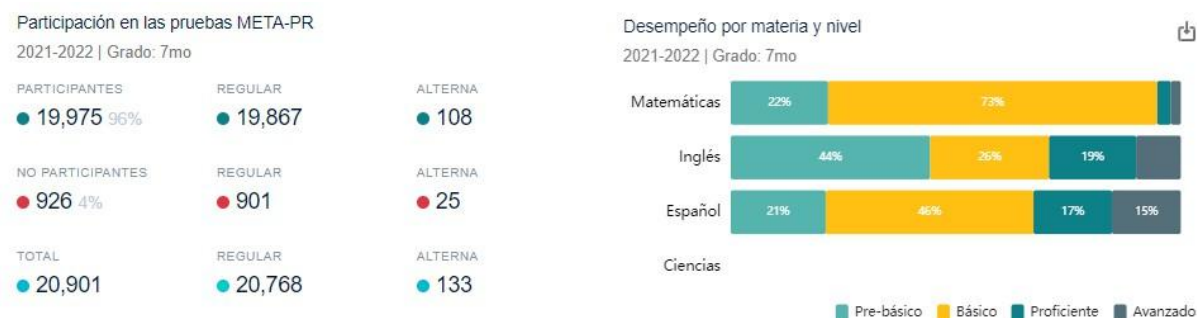
El Programa de Matemáticas (Marco Curricular 2016 del Programa de Matemáticas, DEPR) reconoce los desafíos de aprendizaje a los que se enfrentan los docentes, según la diversidad de intereses y necesidades del estudiantado que conforma la generación del siglo XXI. Entre estos retos se destacan: la habilidad de comunicar efectivamente el significado del porqué; la pertinencia de lo que se está estudiando; la gran cantidad de conceptos que el estudiantado debe aprender; así como la variedad de temas que funcionan como piezas interconectadas necesarias para fortalecer el proceso de enseñanza y aprendizaje. Para enfrentar con éxito estos desafíos, el proceso educativo que guiará las experiencias de aprendizaje en la sala de clases será la estrategia de enseñanza contextualizada con enfoque en la solución de problemas. Esto propone una enseñanza basada en contextos interesantes y pertinentes para el educando, a la vez que lo convierte en un pensador crítico. Este enfoque centrado en el estudiantado busca promover lo siguiente: (1) Mejorar los métodos de enseñanza-aprendizaje al contextualizar los mismos con situaciones de la vida real; (2) Rediseñar los materiales educativos de acuerdo con los estilos de aprendizaje de los alumnos; (3) Realizar conexiones entre las disciplinas, de manera que el estudiantado pueda integrar y aplicar los conceptos de la materia; (4) Ofrecer un contenido pertinente para el estudiantado que cumpla con los intereses, necesidades y capacidades de acuerdo a su entorno real. Este enfoque propicia el desarrollo de las destrezas del siglo XXI tales como solución de problemas, pensamiento crítico, creatividad, innovación, colaboración y comunicación que responda a las necesidades de este mundo globalizado; y (5) Mantener el rigor en los cursos, ofrecer ejemplos y actividades del mundo real con aplicaciones, de modo que permita al estudiantado adquirir y transferir el nuevo conocimiento. En fin, el

Marco Curricular 2016 del Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico se deriva de los estándares americanos que corresponde al National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Además, existe la META-PR-Alterna como sistema de pruebas estandarizadas alternas que miden la implementación de los estándares y expectativas de contenido que conforman el currículo del Departamento de Educación de Puerto Rico para aquellos estudiantes con impedimentos cognoscitivos significativos, que aún con acomodos razonables no pueden participar en las administraciones regulares de META-PR, la cual, como la anterior, también incluye el análisis y la divulgación de los resultados de los niveles de aprovechamiento académico de los estudiantes para la toma de decisiones sistémica en todos los niveles operacionales de la agencia (Departamento de Educación de Puerto Rico, 2022, Unidad de Assessment, META-PR-Alterna). Por último, también existe la administración de META-PR En Línea como sistema de pruebas estandarizadas que miden la implementación de los estándares y expectativas de contenido que conforman el currículo del Departamento de Educación de Puerto Rico, mediante su administración estándar en línea, que también incluye el análisis y la divulgación de los resultados de los niveles de aprovechamiento académico de los estudiantes para la toma de decisiones sistémica en todos los niveles operacionales de la agencia (Departamento de Educación de Puerto Rico, 2022, Unidad de Assessment, META-PR En Línea). Con respecto a lo anterior, la prueba está alineada a los estándares de contenido y expectativas de grado aprobados por la agencia y mide el dominio del contenido en las materias de español, matemáticas, inglés como segundo idioma y ciencias. Participan todos los estudiantes de 3ro, 4to, 5to, 6to, 7mo, 8vo y 11mo, excepto en ciencias, que se administra solamente en 4to, 8vo y 11mo. Existen dos modalidades de la prueba: la regular (META-PR Regular), para estudiantes en el programa regular y la alterna (META-PR Alterna), para

estudiantes con impedimentos cognoscitivos significativos (2023, Departamento de Educación, Perfil Escolar). La proficiencia se define como la cantidad de estudiantes que obtuvieron un nivel de ejecución o desempeño de proficiente o avanzado. Al calcular la proficiencia, se consideran los estudiantes de ambas modalidades. Los estudiantes se identifican en uno de los siguientes 4 niveles: pre-básico, básico, proficiente y avanzado. El porcentaje de proficiencia mide la cantidad de estudiantes que obtuvieron un nivel de ejecución proficiente o avanzado en las pruebas por el total de estudiantes que tomó la prueba y obtuvo una puntuación válida. En cumplimiento con el Plan Consolidado del Departamento de Educación de Puerto Rico o Plan ESSA, se establecieron metas de proficiencia a corto y largo plazo según los subgrupos requeridos. Los subgrupos requeridos en el sistema de rendición de cuentas son: Todos los estudiantes, etnicidad, en desventaja económica, con impedimentos y aprendices del español. Las mismas se presentan en los gráficos con información sobre los subgrupos. (Perfil Escolar del Departamento de Educación, 2023). Para proteger la identidad de los participantes, se omite la cifra cuando en un subgrupo no se alcanza la cantidad mínima de 10 estudiantes. Si los valores no necesariamente suman el 100% es porque los datos se redondearon al entero más cercano (2023, Departamento de Educación, Perfil Escolar). A continuación se muestran los resultados del año escolar 2021-2022:

Figura I.

Resultados del Departamento de Educación, Año Escolar 2021-2022



*Nota: La prueba estandarizada de ciencias solo se administra a estudiantes de 4to, 8vo y 11mo.

Para acceder los resultados de los estudiantes de educación especial que toman la prueba META-PR con y sin acomodados, favor de presionar este [enlace](#).

A continuación se muestran los resultados del año escolar 2022-2023:

Figura II.
Resultados del Departamento, Año 2022-2023



Por otra parte, basado en lo anterior, los resultados de las pruebas estandarizadas de Medición y Evaluación para la Transformación Académica (META) reflejaron que el aprovechamiento académico de los estudiantes del Sistema público empeoró a raíz de la pandemia del COVID-19 (Metro, Puerto Rico, 2022). A continuación, se evidencia la gráfica del Perfil Escolar (2023, Departamento de Educación) que explica lo anterior:

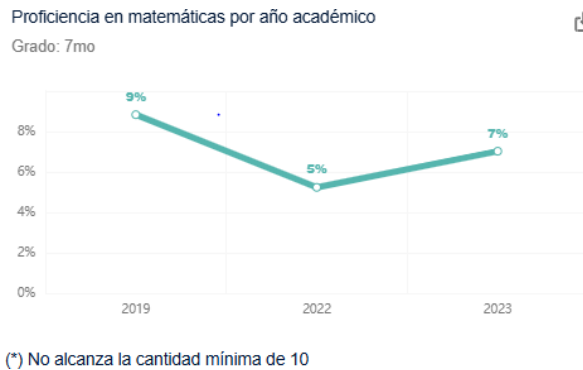
Gráfica I.
Proficiencia de 7mo Grado en matemáticas por año académico (2017-2022)



A continuación, se evidencia la gráfica del Perfil Escolar (2023, Departamento de Educación) que explica lo anterior:

Gráfica II.

Proficiencia de 7mo Grado en matemáticas por año académico (2017-2022)



Adicionalmente, la Educación Matemática Realista en Puerto Rico inició gracias a esfuerzos para desarrollar materiales educativos culturalmente adaptados, lo que dio lugar al programa Matemáticas en Contexto en Puerto Rico. Este proyecto incluyó la formación de docentes, la implementación en aulas y la incorporación de elementos en documentos oficiales del Departamento de Educación de Puerto Rico. Sin embargo, los avances enfrentaron desafíos, incluyendo cambios políticos que alteraron las prioridades y direcciones del programa, además de la falta de financiamiento y apoyo sostenido por parte de las autoridades.

Uno de los mayores retos fue el cambio de paradigma necesario para adoptar los principios y métodos de diseño, que diferían de los enfoques tradicionales del currículo puertorriqueño. La percepción de desalineación entre los materiales y los estándares matemáticos del Departamento de Educación de Puerto Rico, alineados con los de Estados Unidos, llevó a muchos maestros y supervisores a descartar el uso de estos recursos. Pese a ello, se han

planteado estrategias para promover la creatividad docente al adaptar los materiales y conectar los estándares oficiales con las propuestas (Hernández, López, Quintero, et. al., 2020).

Problema de investigación

El problema de investigación se relaciona con el cuerpo de conocimiento planteado en los párrafos anteriores y se vincula con el artículo: *“Students’ fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction”* (Clarke, 2009), ya que establece planteamientos relacionados a la enseñanza-aprendizaje de fracciones. El **primero** dice que se acepta ampliamente que las fracciones son importantes en el plan de estudios de matemáticas de los años intermedios (Lamon, Litwiller y Bright, según citado por Clarke en el año 2002). El **segundo**, indica que está claro que a los maestros se les hace difícil entender y enseñar (Ma, Post, Cramer, Behr, Lesh, & Harel, según citado por Clarke en el año 2002) y muchos estudiantes encuentran difícil de aprender (Behr, Lesh, Post, Silver, Kieren, Streefland según citado por Clarke en el año 2002); mientras que en el **tercero** se expresa que, un resultado que se citó de la Evaluación Nacional del Progreso Educativo (Carpenter, Kepner, Corbitt, Lindquist y Reys, según citado por Clarke en el año 2002) afirma la dificultad de los estudiantes con respecto al tamaño de una fracción.

De acuerdo con Legarreta (2017), las matemáticas han sido desde siempre una asignatura rechazada por los alumnos desde edades muy tempranas y también donde los resultados académicos obtenidos son bajos, todo esto debido a diversos factores, pero los más importantes son la falta de motivación y de interés hacia las Matemáticas. La enseñanza de fracciones puede ser uno de los temas más complicados a la hora de explicarlo en un aula primaria y sobre todo en edades tempranas. Cuando se enseña todo lo relacionado con el tema de fracciones, hay que darse cuenta de que quizás para los alumnos sean conceptos realmente complicados. Según

diferentes estudios realizados con niños y niñas de todas las edades y etapas escolares, las fracciones es el tema de las Matemáticas que más difícil les resulta “en países donde la mayoría de los estudiantes obtienen una comprensión conceptual razonablemente buena, como Japón o China, las fracciones son consideradas un tema difícil” (Fazio y Siegler, según citado por Legarreta, 2017). Ahora bien, la pregunta central que implica llevar a cabo una investigación sería la siguiente: ¿existe efecto significativo entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado? Esta pregunta, se contestará después de responder a las preguntas de investigación e hipótesis planteadas en esta investigación. La necesidad de la investigación se evidencia en los artículos de Clarke (2009) y Legarreta (2017) planteados en párrafos anteriores, pero en este caso, la investigación si dirigirá a estudiantes de séptimo grado.

Propósito del estudio

El propósito de esta investigación fue comparar grupos para determinar si existe efecto significativo entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado. Esto se realizó utilizando la tecnología por medio de la aplicación Kahoot y la matemática realista, por medio de un Módulo Didáctico, para hacer la comparación con la enseñanza tradicional y así conocer en donde hubo mejor dominio, si con la enseñanza tradicional o la enseñanza innovadora (aplicación Kahoot y Módulo Didáctico). Por tal razón, se muestran a continuación las preguntas de investigación a ser respondida en la investigación:

1. ¿Existe diferencia significativa si se enriquece la enseñanza tradicional por medio de juegos tecnológicos?
2. ¿Existe diferencia significativa si se enriquece la enseñanza tradicional por medio de ejemplos realistas?

3. ¿Existe diferencia significativa entre los que usaron juegos tecnológicos y ejemplos realistas?

Hipótesis

A continuación, se muestran las hipótesis planteadas para esta investigación:

- H_0 : No existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en el área de las fracciones por medio de los juegos tecnológicos.
- H_1 : Existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en el área de las fracciones por medio de los juegos tecnológicos.
- H_0 : No existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en el área de las fracciones por medio de ejemplos realistas.
- H_1 : Existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en el área de las fracciones por medio de ejemplos realistas.
- H_0 : No existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones por medio de juegos tecnológicos y por medio de ejemplos realistas.
- H_1 : Existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones por medio de juegos tecnológicos y por medio de ejemplos realistas.

Justificación

Esta investigación se justifica en términos de que es conveniente que se realice para posteriormente ofrecer recomendaciones de cómo mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en las fracciones. La misma, tendrá relevancia social, ya que como existe una problemática en el aprendizaje de fracciones y su conceptualización, su trascendencia para la sociedad será de buen impacto, lo cual hará que el Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico se beneficie con los resultados de la investigación de un modo genuino; o sea, realmente

tendrá un alcance social que se esparcirá a través de todo Puerto Rico. Como implicaciones prácticas, esta investigación ayudará a resolver el problema real que se vive día a día en el área de fracciones, ya que tendrá implicaciones trascendentales de buen impacto para la sociedad y para alguna amplia gama de posibles problemas prácticos, entiéndase los temas posteriores como las razones, proporciones y porcentajes. Como valor teórico, esta investigación llenará un hueco de conocimiento en términos de la conceptualización de fracciones que resulta de un buen aprendizaje por parte de los estudiantes; también los resultados se pueden generalizar a principios más altos, ya que se espera que los estudiantes alcancen un buen dominio en las operaciones con fracciones. Además, la información que se obtenga puede servir para apoyar una o varias teorías. Por otra parte, en esta investigación, se podrá conocer a mayor medida el comportamiento de las variables en términos de su causa y efecto, por medio de refuerzos utilizando la tecnología y matemática realista para compararlos con la enseñanza tradicional. En fin, como utilidad metodológica, esta investigación puede ayudar a crear un nuevo instrumento de característica innovadora, lo cual hará en que el estudiante pueda estar motivado en términos de ejecutar el conocimiento adquirido.

Marco teórico

A través de los años, el proceso de enseñanza, aprendizaje junto con su conceptualización ha estado enmarcado en varias teorías de aprendizaje. El docente las utiliza ya sea de forma consciente o inconsciente. Los filósofos, psicólogos y recientemente los neurocientíficos, han desarrollado principios y teorías que apuntan a la interrelación del mundo físico, biológico, psicológico y social del estudiante con su aprendizaje (Marco Curricular, 2016, Programa de Matemáticas, DEPR). Entre las teorías del aprendizaje que han influenciado la educación de Puerto Rico se destacan la teoría conductista de Skinner (2001) (citado en Marco Curricular,

2016) que se centra en los aspectos puramente observables de la conducta y experimentando con variables estrictamente controladas; y la teoría cognoscitiva de Piaget (1981) (citadas en Marco Curricular, 2016). Este último teórico añade dos aspectos esenciales al desarrollo cognitivo: la cultura y la interacción social. Mientras la primera teoría conceptúa al estudiante como un recipiente de información, la segunda plantea que éste actúa sobre la información que recibe para acomodarla a sus experiencias pasadas. De ese modo construye su propia interpretación del mundo en que vive.

Según el puertorriqueño Eugenio María de Hostos (s.f., pero citado en Ley de Reforma Educativa de Puerto Rico, Ley Núm. 85 de 29 de marzo de 2018), la educación debe ser armónica, progresiva; el educador debe buscar siempre algún ejercicio conveniente al desarrollo de las facultades humanas. El maestro es un auxiliar de la naturaleza donde el ejercicio siempre se aplica a un objeto y así debe hacerse en el arte educativo. Según Hostos (s.f., pero citado en Ley de Reforma Educativa de Puerto Rico, Ley Núm. 85 de 29 de marzo de 2018), el mundo que nos rodea estimula el desarrollo de la razón y la enseñanza debe ser adecuada al estado del desarrollo de la razón y a sus objetos propios en cada etapa. La enseñanza debe basarse siempre en los conocimientos previamente adquiridos y la observación es base indispensable de nuestro conocimiento. Hostos abogó por el derecho del niño a buscar la verdad por sí mismo, a eliminar la memorización mecánica y por la actividad creativa como única forma de crear los intereses cognitivos. También, dio importancia al estudio científico bajo el sistema de intuir para inducir, inducir para deducir y deducir para sistematizar (Ley 85-2018).

Por otra parte, la teoría relacionada al aprendizaje se adopta a la obra del psicólogo ruso Lev Vygotsky (1934). Su obra se ha convertido en la base de muchas teorías e investigaciones sobre el desarrollo cognitivo en las últimas décadas, sobre todo desde la perspectiva de lo que se

conoce como Teoría Sociocultural del Desarrollo. Esta teoría sociocultural surgió a partir del trabajo de Vygotsky (1934) como respuesta al Conductismo, su idea principal se basa en que la contribución más importante al desarrollo cognitivo individual proviene de la sociedad. Él creía que los padres, parientes, los pares y la cultura en general juegan un papel importante en la formación de los niveles más altos del funcionamiento intelectual, por tanto, el aprendizaje humano es en gran medida un proceso social. Según Vygotsky (1934), el aprendizaje tiene su base en la interacción con otras personas. Una vez que esto ha ocurrido, la información se integra a nivel individual, citando lo siguiente: “Cada función en el desarrollo cultural del niño aparece dos veces: primero en el nivel social y luego en el individual, primero en medio de otras personas (interpsicológica) y luego dentro del niño (intrapsicológico). Esto aplica igualmente para la atención voluntaria, la memoria lógica y la formación de conceptos. Todas las funciones superiores se originan como relaciones reales entre individuos” (Vergara, 2017). Además, la teoría de Vygotsky (1934) se basa principalmente en el aprendizaje sociocultural de cada individuo y, por lo tanto, en el medio en el cual se desarrolla. Para Vygotsky (1934), el contexto social influye en el aprendizaje más que las actitudes y las creencias, tiene una profunda influencia en cómo se piensa y en lo que se piensa. El contexto forma parte del proceso de desarrollo y, en tanto tal, moldea los procesos cognitivos donde, el contexto social debe ser considerado en diversos niveles. La teoría de Vygotsky se refiere a como el ser humano ya trae consigo un código genético o “línea natural del desarrollo” también llamado código cerrado, la cual está en función de aprendizaje, en el momento que el individuo interactúa con el medio ambiente. Su teoría toma en cuenta la interacción sociocultural. No se puede decir que el individuo se constituye de un aislamiento. Más bien de una interacción, donde influyen mediadores que guían al niño a desarrollar sus capacidades cognitivas. A esto, Vygotsky se

refiere como la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Lo que el niño pueda realizar por sí mismo y lo que pueda hacer con el apoyo de un adulto, la ZDP es la distancia que exista entre uno y otro (Ley 85-2018). Para Vygotsky (s.f., pero citado en Ley de Reforma Educativa de Puerto Rico, Ley Núm. 85 de 29 de marzo de 2018), el desarrollo y formación de la personalidad ocurre en el propio proceso de enseñanza y aprendizaje cuya concepción debe tener en cuenta las siguientes consideraciones: La enseñanza, no se ha de basar en el desarrollo ya alcanzado por el sujeto, sino que, teniéndolo en cuenta, se proyecta hacia lo que el sujeto debe lograr en el futuro, como producto de este propio proceso; es decir, haciendo realidad las posibilidades que se expresan en la llamada ZDP. Las situaciones sociales en que las personas viven y se desarrollan constituyen elemento esencial en la organización y dirección del proceso de enseñanza y educación. La propia actividad que el sujeto realiza en interacción social con un grupo de personas resulta elemento fundamental a tener en consideración en el proceso de enseñanza y educación. Cuando hablamos de proceso de educación nos referimos a los distintos ámbitos en el cual tiene lugar. Ningún intento de promover la educación y el desarrollo de los niños debe disminuir la suprema importancia de la familia, la escuela y toda la sociedad en la estimulación, educación y desarrollo infantil. El niño es el único ser vivo que, sin la ayuda del adulto durante un prolongado período de tiempo, no logra un desarrollo de su existencia. Paradójicamente a esta aparente insuficiencia adaptativa, posee la capacidad para la educabilidad, para que, mediante la ayuda y colaboración con los otros, se convierta (Ley 85-2018).

Por eso esta teoría da un buen soporte a la parte de aprendizaje, sin perder de vista la Teoría de las Inteligencias Múltiples que fue ideada por el psicólogo estadounidense Howard Gardner (1983) como contrapeso al paradigma de una inteligencia única (Regader, 2019). La misma es parte de la teoría relacionada al aprendizaje que se apoya en la teoría de Vygotsky

(Vergara, 2017). No obstante, con respecto a dicha teoría también, Gardner (1983) propuso que la vida humana requiere del desarrollo de varios tipos de inteligencia. Así pues, Gardner no entra en contradicción con la definición científica de la inteligencia, como la “capacidad de solucionar problemas o elaborar bienes valiosos”. Gardner (1983) señala también, que existen casos claros en los que personas presentan unas habilidades cognitivas extremadamente desarrolladas, y otras muy poco desarrolladas: es el caso de los savants. Un ejemplo de savant fue Kim Peek, que a pesar de que en general tenía poca habilidad para razonar, era capaz de memorizar mapas y libros enteros, en prácticamente todos sus detalles. Estos casos excepcionales hicieron que Gardner pensase que la inteligencia no existe, sino que en realidad hay muchas inteligencias independientes. Tanto así, la investigación de Howard Gardner (1983) ha logrado identificar y definir hasta ocho tipos de inteligencia distintas (Regader, 2019). Por eso esta teoría apoya la teoría de Vygotsky (Vergara, 2017).

No obstante, sin descartar lo anterior como punto de partida, esta investigación, adoptará las siguientes teorías: **Gamificación** y **Matemática Realista**. La primera es una técnica de aprendizaje que traslada la mecánica de los juegos al ámbito educativo-profesional con el fin de conseguir mejores resultados, sirve para absorber conocimientos y para mejorar alguna habilidad para recompensar acciones concretas. Es un término que ha adquirido una enorme popularidad en los últimos años, sobre todo en entornos digitales y educativos (Educación 3.0, 2013). Una de las claves principales al aplicarla es que los alumnos tengan perfectamente asimiladas las dinámicas de juego que se llevarán a cabo. Todas ellas tienen por objeto implicar al alumno a jugar y seguir adelante en la consecución de sus objetivos mientras se realiza la actividad. En función de la dinámica que se persiga, el profesor deberá explotar más unas u otras. Por ejemplo, si el maestro busca despertar el interés por el juego en el alumno deberá aplicar la dinámica de la

recompensa. Si, por otra parte, busca atraer el interés sobre la actividad, el maestro puede aplicar la dinámica de la competición que, aunque no es vista como una cualidad positiva, es un buen instrumento en el ámbito educativo. Esta última, tiene la ventaja de poder realizarse de forma individual, por parejas o en grupo y en ella se basa Ismael Gómez Gutiérrez, docente de Primaria del CEIP Ciudad de Badajoz, durante su actividad ‘Charlie y la fábrica de chocolate’. También utiliza el cooperativismo, que no es más que otra forma de competir, pero en este caso, en grupo. Esta misma actividad cuenta también con la dinámica de la solidaridad al fomentar la ayuda mutua entre compañeros de una manera altruista (Educación 3.0, 2013). Sin embargo, no podemos olvidarnos del origen de la gamificación. La evolución de los juegos y, sobre todo, el modo de jugar, cambiaron radicalmente con la aparición y consolidación de la industria del videojuego a partir de los años 80. El mundo del marketing captó rápidamente la influencia que la experiencia lúdica tenía en la modificación del comportamiento, y pronto adoptó elementos y dinámicas de los videojuegos para la captación y fidelización de clientes con un notable éxito. Aunque el origen de la gamificación se ubica en el sector empresarial, su evolución se desvió hacia otros ámbitos. Concretamente el salto al mundo de la Educación parece deberse al profesor Malone, que desarrolló un estudio de la motivación de los juegos en red usando los conceptos de la gamificación en el aprendizaje. En este acercamiento de la gamificación al sector educativo también destacan (i) Gee (2003), que trató de mostrar la adaptabilidad de los videojuegos en las aulas; y (ii) Sawyer y Smith (2008), que fueron los artífices de la famosa taxonomía de los juegos serios (videojuegos específicamente diseñados con propósitos distintos al de la pura diversión). Estos autores lograron involucrar a distintos sectores (formación, entrenamiento, simulación, Educación y salud) en el uso de juegos serios. Sin embargo, el concepto de gamificación tal y como se entiende hoy día data de 2003. Se trata de un préstamo del inglés

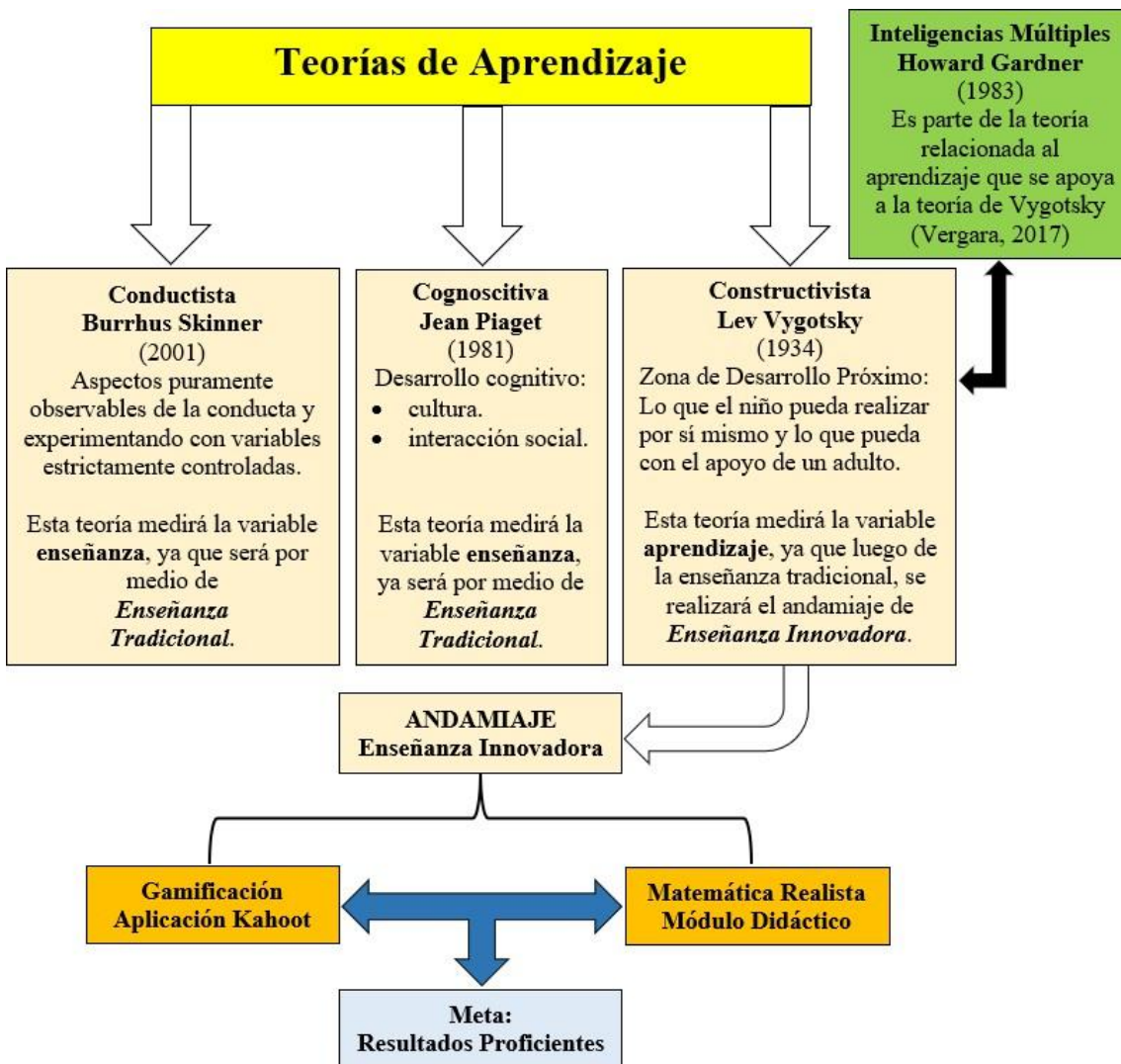
gamification, vocablo acuñado por el británico Nick Pelling (2003), diseñador y programador de software empresarial, que difundió este término para dar nombre a una realidad observada por él, según la cual la “cultura del juego” era una especie de revolución que estaba reprogramando la sociedad. De este modo, la gamificación es entendida como un paradigma sobre cómo cosas ya existentes, bien sean productos, aspectos sociales o educativos, se pueden transformar en un juego para obtener unos objetivos concretos. Desde el año 2003 el término fue adoptándose en diferentes ámbitos, pero fue en 2010 y 2011 cuando famosos diseñadores de videojuegos difundieron ampliamente la idea de la gamificación en congresos y conferencias, subrayando que este término también resaltaba la “importancia de la experiencia lúdica”, es decir, la necesidad de trasladar la concentración, la diversión y las emociones vividas por el jugador al mundo real. Los creadores de videojuegos Cunningham y Zichermann (2011) definieron la gamificación como el “uso del pensamiento lúdico y las mecánicas de juego para fomentar la participación de los usuarios y resolver problemas”. Por otra parte, Deterding, Khaled, Nacke y Dixon (2011) contribuyeron con una definición académica: “uso de elementos de diseño de juegos en contextos no lúdicos”. En la actualidad, la gamificación, ya consolidada en el sector educativo, inicia un proceso de maduración en el que se está generando una ingente cantidad de masa crítica en publicaciones y revistas científicas, muchas de ellas basadas en la adaptación de la gamificación a los formatos móviles y tecnologías de vanguardia (Vergara, D. y Gámez, A., 2019). Es por tal razón que en esta investigación se utilizará una herramienta que confirmará la teoría de la Gamificación antes planteada, y se refiere al uso de la tecnología mediante la aplicación Kahoot para utilizarse en la enseñanza de fracciones y tener como meta resultados proficientes.

La segunda, como principio teórico, se basa en las ideas y postulados de Hans Freudenthal (1905-1990), matemático y educador alemán que desarrolló la mayor parte de su trabajo en Holanda. En la Educación Matemática Realista, la matemática debe ser conectada con la realidad, permanecer cercana a los estudiantes y ser relevante para la sociedad, a fin de constituirse en un valor humano. Como idea central de la Educación Matemática Realista, para Freudenthal, la matemática es una actividad humana, potencialmente al alcance de todas las personas; un proceso de organización y estructuración del mundo real denominado matematización. Desde el punto de vista didáctico, la enseñanza debe ofrecer a los estudiantes la oportunidad de reinventar las ideas y herramientas matemáticas a partir de matematizar situaciones problemáticas contextualizadas, en interacción con sus pares y bajo la cuidadosa guía del docente. El foco de la educación matemática no se encuentra en la matemática como un sistema cerrado, sino en la actividad de matematización, que necesita de la fenomenología didáctica, que es la búsqueda de fenómenos, situaciones, problemas, o manifestaciones de la vida real en las que un tema u objeto matemático aparece o se aplica naturalmente (Pérez et al, 2016). Es por tal razón que en esta investigación se utilizará una herramienta que confirmará la teoría de la Matemática Realista antes planteada, y se refiere al uso de un Módulo didáctico para utilizarse en la enseñanza de fracciones y tener como meta resultados proficientes también.

A continuación, se plasma un flujograma que explica todo lo anterior planteado:

Figura III.

Flujograma de Teorías de Aprendizaje



Definiciones operacionales o términos del estudio

En esta investigación se identificarán las siguientes variables: **Aprendizaje y Enseñanza**. Se denomina **aprendizaje** al proceso de adquisición de conocimientos, habilidades, valores y actitudes, posibilitado mediante el estudio, la enseñanza o la experiencia. Dicho proceso puede ser entendido a partir de diversas posturas, lo que implica que existen diferentes teorías vinculadas al hecho de aprender. La psicología conductista, por ejemplo, describe el aprendizaje de acuerdo a los cambios que pueden observarse en la conducta de un sujeto. El proceso fundamental en el aprendizaje es la imitación (la repetición de un proceso observado, que implica tiempo, espacio, habilidades y otros recursos). De esta forma, los niños aprenden las tareas básicas necesarias para subsistir y desarrollarse en una comunidad (Pérez & Gardey, 2008). La **enseñanza** implica la interacción de tres elementos: el profesor, docente o maestro; el alumno o estudiante; y el objeto de conocimiento. La tradición enciclopedista supone que el profesor es la fuente del conocimiento y el alumno, un simple receptor ilimitado del mismo. Bajo esta concepción, el proceso de enseñanza es la transmisión de conocimientos del docente hacia el estudiante, a través de diversos medios y técnicas (Pérez & Gardey, 2008).

A continuación, se muestra un mapa conceptual que denotan ambas variables:

Figura IV.

Mapa Conceptual sobre Enseñanza y Aprendizaje



No obstante, se identificaron una serie de términos importantes. Para delimitar en qué medida aporta a los fines bajo estudio, se procede a definirlos:

1. **Aprendiz:** Indica que el estudiante demuestra una ejecución académica limitada en la materia examinada y aplica más de un proceso.
2. **Principiante:** indica que el estudiante demuestra una ejecución académica mínima en la materia examinada. Aplica a la evaluación de destrezas y habilidades simples o que recuerda información.
3. **Proceso de enseñanza y aprendizaje:** Es el proceso en el cual se consideran todas aquellas estrategias necesarias para lograr el aprendizaje del estudiante. En este proceso se considera la manera como el estudiante aprende, de manera que el maestro pueda seleccionar las estrategias más efectivas para lograr un aprendizaje auténtico.
4. **Proficiente:** Indica que el estudiante demuestra una ejecución académica sólida en la materia examinada y justifica sus respuestas con evidencia y razonamiento.
5. **Sobresaliente:** Indica que el estudiante demuestra una ejecución académica superior en la materia examinada, realiza conexiones al relacionar ideas dentro del contexto o entre áreas de contenido y resuelve situaciones.
6. **Estudiante de séptimo grado:** Es aquel estudiante que se encuentra en escuela primaria con respecto al nivel intermedio.

Las definiciones anteriores fueron obtenidas de los Estándares de Contenido y Expectativas de Grado del Departamento de Educación, 2022 y de la Unidad de Estándares y Assessment del Departamento de Educación de Puerto Rico (2022); excepto la definición número 6, ya que la misma fue creada por el investigador.

Capítulo II. Revisión de la Literatura

El propósito de este capítulo fue revisar toda la literatura con respecto al tema de investigación. Además, se identificaron artículos pertinentes al tema de fracciones que se resumen en este capítulo. También se consideraron planteamientos teóricos relacionados al tema de estudio. Es por tal razón, que existen varios artículos de investigaciones (de diversas revistas) con respecto a la enseñanza y el aprendizaje de fracciones, al igual que artículos relacionados a la gamificación y matemática realista para dar soporte a la investigación y a su vez justificar el marco teórico.

Enseñanza y aprendizaje de fracciones

De acuerdo con Maza (1999) en su artículo “*Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de fracciones*” indicó que la construcción del número racional se suele hacer a través del establecimiento de fracciones equivalentes. Sin embargo, su categoría matemática de número viene garantizada por la posibilidad de ordenación. Ello supone que una enseñanza completa del concepto de número racional debe conjuntar la equivalencia y orden entre fracciones englobadas en la acción de comparar el tamaño de las mismas, por lo cual en la investigación se examinaron las dificultades de aprendizaje que supone la tarea general tal como se extrae del análisis de las investigaciones y se establece y discute una secuencia de enseñanza de la comparación de fracciones que aparece dividida en distintas fases para su mejor aplicación en el aula.

Martínez y Lascano (2001) en su artículo “*Acerca de dificultades para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones*” presentaron algunas evidencias que ponen de manifiesto la dificultad para el reconocimiento y la apropiación de algunos atributos que están presentes en la interpretación de la fracción como relación parte-todo. En particular, el que considera las partes

como totalidad y el que considera las subdivisiones equivalentes. En fin, estas evidencias se presentaron en el marco del desarrollo de una experiencia en el aula, que tuvo como propósito diseñar, aplicar y analizar una secuencia didáctica para la enseñanza de la fracción en dicha interpretación.

Cubillo y Ortega (2003), en su artículo “*Análisis de un modelo didáctico para la enseñanza/aprendizaje del orden de las fracciones*” indicaron que el origen de la investigación hay que situarla en las aulas de enseñanza secundaria en el curso escolar 1992-1993, cuando una profesora constata las dificultades que tienen los alumnos para comprender el orden de las fracciones. Luego de un análisis de la bibliografía sobre el tema, se diseña un modelo de investigación en el marco de la investigación-acción, donde desempeña un papel muy importante la metodología de aula inspirada en la teoría de la gestión mental debida. Una vez se detectaron las dificultades de aprendizaje más relevantes acerca del orden y representación de las fracciones en la recta, para el año escolar 1994-1995, siguiendo el modelo de gestión mental, se diseña un material de trabajo, con el fin de analizar el proceso de enseñanza y aprendizaje, que se implementa en el curso escolar 1995-1996. En dicho artículo se mostró cómo este modelo facilita el proceso didáctico y, a la vez, proporciona información suficiente para analizar qué conocimiento han adquirido los alumnos con esta metodología.

Contreras, et al. (2006) en su artículo “*Sobre problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones*”, tuvo como propósito indagar acerca del modelo usual de enseñanza en la división de fracciones y acerca de su efecto en las realizaciones de los estudiantes de ESO, cuando abordan distintos tipos de problemas multiplicativos que involucran división de fracciones; por lo cual se hizo un análisis histórico-epistemológico que ha dado cuenta de las siguientes variables: contextos, modelos físicos, constructos, algoritmos y la estructura

dimensional de los problemas. Los resultados de la investigación concluyeron que el modelo usual de enseñanza condiciona el reconocimiento de la operación que hay que realizar y el enfoque de resolución cuando están en contexto los problemas con fracciones. Tanto así, que los estudiantes tienden a utilizar el esquema cuaternario de la regla de tres con preferencia al esquema ternario de la ley de composición.

Perera y Valdemoros (2007) en su artículo “*Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria*”, se presentó un estudio doctoral en la cual se desarrolló una enseñanza experimental que se realizó con un grupo de cuarto grado de primaria (9 años de edad) de una escuela pública. El programa de enseñanza estuvo integrado por tareas vinculadas a la vida real de los niños. Dichas actividades fueron diseñadas para promover soluciones que favorecieran en el estudiante el desarrollo de ciertos significados (medida, cociente intuitivo y los rudimentos de operador multiplicativo) propiciando con ello la construcción de la noción de fracción. Asimismo, fueron aplicados dos cuestionarios, uno anterior y otro posterior al programa de enseñanza. Además, se efectuaron entrevistas individuales a tres niños que fueron previamente seleccionados para el estudio de casos, con el objetivo de que se perciba de una manera más profunda los procesos que se manifestasen en cada uno de ellos, como resultado de la enseñanza impartida.

Parra y Flores (2008) en su artículo “*Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones*” presentaron el análisis del proceso de solución de dos problemas con fracciones, así como el análisis de la interacción efectuada en una situación de aprendizaje cooperativo principalmente por dos alumnos de secundaria con bajo aprovechamiento. Los resultados mostraron algunas problemáticas de los alumnos con respecto al concepto de fracción y la conservación del entero, así como una interpretación deficiente del problema, la cual los

condujo al uso de algoritmos inadecuados para la solución. También, se identificaron tres concepciones que obstaculizaron el proceso de solución de los alumnos: en un problema con fracciones el valor del entero siempre es uno, al resultado se llega con una sola operación y la única cantidad mencionada en el problema equivale al entero. Las problemáticas fueron superadas durante la interacción entre alumnos y tutor.

Valdemoros y Ruíz (2008) en su estudio de caso *“Reconocimiento de algunas dificultades en la práctica docente sobre la enseñanza de fracciones: Estudio de caso”*, de los tres que se han realizado con profesores de educación básica, dieron continuidad a su educación formal al incorporarse a una maestría en la que fortalecen su práctica como maestros de matemáticas. El caso que se muestra en este artículo es el de Melquíades, un profesor de sexto grado de educación primaria, quien por decisión personal se incorporó a un proyecto de desarrollo dedicado al estudio de la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. Este estudio de caso se centró en reconocer las dificultades de enseñanza vividas por Melquíades en relación con los números mencionados. Los instrumentos metodológicos que se emplearon fueron la observación y la entrevista.

Pazos (2009) en su artículo *“Las fracciones son un problema”* informó que el trabajo con fracciones enfrenta, en la enseñanza, varias prácticas habituales que muchas veces se convierten en un obstáculo para la construcción del concepto, lo cual, probablemente, frente a un concepto tan complejo, los docentes han ido forjando prácticas que ayuden a los alumnos a ser exitosos en la resolución de las situaciones que se proponen, pero que no aseguran la comprensión del tema; y Esa es la diferencia entre tener éxito y comprender. En fin, los maestros habitualmente dicen que las fracciones son un problema a la hora de enseñarlas e indaga en que jueguen con las

palabras y cambien el “es un problema para nosotros enseñar fracciones” por “presentemos las fracciones de manera que originen un problema desafiante para los alumnos”.

Por su parte, Clarke, et al. (2009) en su artículo “*Students’ fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction*” (en español “Las estrategias de comparación de fracciones de los estudiantes como una ventana a una comprensión sólida y posibles indicadores para la instrucción”), argumentó sobre 323 niños de sexto grado de Victoria (Australia) en la cual se les pidió que denominaran la mayor de dos fracciones para ocho pares, donde se les pidieron las razones para su elección de dichas fracciones. Todo esto se realizó con respecto a entrevistas de manera individual, relacionado a números enteros y a las fracciones mismas. Ahora bien, la dificultad sorprendente que presentaron las parejas fue en las fracciones con diferentes denominadores, excepto las fracciones con denominadores iguales, en donde, los estudiantes que tuvieron éxito usaron el pensamiento transitivo y residual. En base a esto, se planteó una hipótesis de que las estrategias que utilizaron los estudiantes exitosos, podrían ser parte de un enfoque de instrucción relacionados con un buen entendimiento conectado en la cual promueve diversos documentos curriculares y requeridos para desarrollo del razonamiento en la cual sería proporcional con años posteriores. Con respecto a los antecedentes bibliográficos sobre el tamaño relativo de las fracciones, hay varias referencias que se utilizaron en este artículo, pero me limitaré a mencionar cuatro (4) que considero las más importantes. La primera es que se acepta ampliamente que las fracciones son importantes del plan de estudios de matemáticas de los años intermedios intermedio (Lamon, 1999; Litwiler y Bright, 2002) respaldado el desarrollo de razonamiento proporcional para temas en matemáticas como álgebra y probabilidad. En segundo lugar, está claro que a los maestros se les hace difícil entender y enseñar (Ma, 1999; Post, Cramer, Behr,

Lesh, & Harel, 1993) y muchos estudiantes encuentran difícil de aprender (Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983; Kieren, 1976; Streefland, 1991). En tercer lugar, un resultado que se citó de la Evaluación Nacional del Progreso Educativo (Carpenter, Kepner, Corbitt, Lindquist y Reys, 1980) afirmó la dificultad de los estudiantes con respecto al tamaño de una fracción, donde el 24% de los niños de 13 años de edad eligió la alternativa correcta para el ejercicio que dice $(12/13) + (7/8)$ con la mayoría eligiendo 19 o 21. A los 17 años, solo el 37% tuvieron éxito en esta tarea. Un ejemplo de las respuestas fue sumando 12 y 7, y 13 y 18, ya que consideran a los numeradores y denominadores como cantidades separadas en vez de conectar la fracción de alguna manera. En cuarto lugar, con respecto a la estrategia residual, Riddle y Rodzwell (2000) indicaron que los estudiantes de primero a quinto grado pueden resolver una suma de fracciones, $2\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$, al utilizar una técnica llamada "llenar el conjunto". Los estudiantes decidieron construir en la fracción $(1/2)$ del número mixto para sacar la mitad de $(3/4)$. Otros estudiantes observaron que $(3/4)$ está cerca de un todo, por lo cual sacaron el cuarto necesario para completar así el todo de la fracción $(1/2)$ del número mixto. Para esta misma tarea, una maestra indicó que el 22% de los estudiantes de quinto grado intentaron de resolver problemas utilizando la estrategia de hallar un denominador común, en la cual ninguno tuvo éxito. Dos terceras partes de los estudiantes resultaron con éxito, donde todos los estudiantes exitosos utilizaron la estrategia de completar el todo. Las estrategias de maestros y estudiantes tienen el potencial para mejorar el rendimiento entre los estudiantes y la comprensión del tamaño de las fracciones, en la cual el lenguaje es importante también. Post et al. (1986) notaron que el uso de "más" y "mayor" por parte de los estudiantes (y sus contrarios, "menos" y "menor") les puede causar confusión a los mismos. Con respecto al método utilizado, en el Proyecto de Investigación de Numerología Temprana (Clarke, Sullivan, & McDonough, 2002), desarrollaron una entrevista de evaluación

interactiva basada en tareas para utilizarlas con estudiantes en los primeros años de estudio. Dicha entrevista fue con más de 11,000 estudiantes, de 4 a 8 años de edad, de 70 escuelas de Victoria (Australia) al comienzo y al final del año escolar. Además, con respecto a los maestros sobre las respuestas a estrategias utilizadas por los mismos, había énfasis en el registro de entrevistas. También se incluyeron investigadores adicionales en el nivel de Grado 6. Con respecto a los resultados, en la Tabla 1 del artículo, muestra el porcentaje de estudiantes que seleccionaron la fracción apropiada par (o indicaron que ambos eran iguales en el caso de $(2/4)$ y $(4/8)$), dando una razón para su elección razonablemente. Los resultados se presentan de manera decreciente. En la Tabla 2 se encuentran las estrategias particulares, donde algunas se consideran satisfactorias, otras insatisfactorias. Aquí se observa que los estudiantes exitosos usaron la evaluación comparativa y pensamiento residual para un par de fracciones dadas, concluyendo que pocos estudiantes en este estudio aprendieron estas estrategias antes de las entrevistas. Este artículo concluye en que se apoyaría con respecto a provisión de oportunidades para que los maestros realicen el experimento entrevistando al menos un pequeño número de sus estudiantes sobre las tareas de este artículo. Se dice que las fracciones son difíciles de enseñar y aprender como se dijo al comienzo, pero si se le da énfasis curricular que se demuestra en este documento los resultados pudieran ser positivos.

Balaguera y González (2010) en su artículo *“Efecto de una mediación tecnológica para el aprendizaje de las fracciones desde la concepción parte-todo en estudiantes de cuarto de primaria”* presentaron los resultados de una investigación cuasiexperimental con un grupo control, en el que se comparan a través de este diseño los resultados de aprendizaje de la noción de fracción matemática en 4to grado de primaria, usando el software diseñado por Cabas (en el año 2005), el cual desarrolla la fase I de la secuencia didáctica de Thompson (en el año 2001), y

los resultados obtenidos por un grupo control del mismo grado, usando la secuencia de Thompson (2001), fase I, sin el uso de dicho software.

Fuentes (2010), en su artículo *“Enseñanza de fracciones. Una experiencia didáctica en quinto año de enseñanza primaria”* informó sobre la experiencia didáctica llevada a cabo en la Escuela Duao, ubicada en la provincia de Talca (Chile). En la primera parte se da a conocer la problemática, y se esbozan los lineamientos temáticos respecto de la elaboración de la unidad didáctica referida a las fracciones para los alumnos del Quinto Año Básico de la escuela. Luego, en la segunda se da cuenta de los resultados de la experiencia, aplicación de unidad didáctica de base constructivista sobre fracciones, y se sugieren algunas estrategias para el mejoramiento del aprendizaje escolar en estas materias.

Meza y Barrios (2010) en su artículo *“Propuesta Didáctica para la Enseñanza de las Fracciones”* establecieron la utilización de un juego en el plano pedagógico y didáctico, para desarrollar habilidades en los estudiantes que les permitan redescubrir las estructuras matemáticas que subyacen en éste. En el caso del juego con las Regletas el mismo consistió del conocimiento del concepto de fracción en su forma verbal, simbólica específica y abstracta; confrontando a la vez el aprendizaje sobre una temática específica de la matemática como lo es la suma de fracciones mediante dos métodos específicos: El tradicional y un juego experimental que apunta hacia dicha temática; con la finalidad de obtener información sobre el grado de aceptación o preferencia de uno de los dos métodos señalados. Se mostró de esa manera que existen formas alternativas de enseñar matemáticas que favorecen el desarrollo del pensamiento matemático y contribuyen al mejoramiento de la calidad de la educación. Aquí es cuando nos encontramos con el panorama de un preámbulo a la gamificación, propósito para la cual se realizará esta investigación, pero en esta ocasión será utilizando la tecnología.

Nuevamente, Valdemoros (2010) en su artículo “*Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de fracciones*”, al igual que su anterior, corresponde a un estudio de casos realizado durante tres años, con tres profesores de primaria y secundaria, quienes retomaron su educación formal, incorporándose a una maestría orientada a mejorar su práctica profesional. Aquí, se presenta solamente el caso de Delia, una profesora de quinto grado de la escuela primaria, quien llevó a cabo un proyecto de desarrollo dedicado a la enseñanza de la fracción como medida. El problema de investigación que define este caso es el reconocimiento de cómo abordó el tratamiento de las fracciones, cuáles fueron las dificultades de enseñanza experimentadas por ella en el ejercicio de dicha práctica docente y sobre qué bases estructuró la planeación de ese proceso de instrucción. Los instrumentos metodológicos fundamentales fueron la entrevista y la observación, a partir de los cuales se configuró el estudio de caso. Las conclusiones resaltan la importancia de la formación continua y el análisis crítico de las prácticas docentes para abordar estos desafíos de manera efectiva

Ayarza y Retamal (2011) en su artículo “*Dificultades en el aprendizaje de las fracciones y el conocimiento del profesor*” analizaron por un lado las dificultades que muestran los alumnos en el aprendizaje de las fracciones como concepto, incluyendo sus representaciones, invariantes y situaciones que asocia a la noción, y por otro, la mirada del profesor frente a tales dificultades. Las dificultades de los alumnos se analizaron a partir de la proporción de repuestas erróneas a ítems que cubren los objetivos fundamentales sobre el aprendizaje de fracciones para el nivel de 4to básico establecido por los OFCMO (Objetivos fundamentales y Contenidos Mínimos Obligatorios) del Marco Curricular del Ministerio de Educación de Chile. La visión del profesor se estudió a partir de un cuestionario que responde el docente en el contexto de la identificación de sus conocimientos pedagógico-disciplinarios. Específicamente, dentro de la componente

CRAC (Conocimiento del profesor de la relación del alumno al conocimiento). La información se analizó de una muestra estratificada de estudiantes de 43 establecimientos de las Comunas de Valparaíso, Viña del Mar y Quilpué, elegidos atendiendo a dos variables, NSE (nivel socioeconómico del establecimiento) y SIMCE (puntuación del establecimiento en la última prueba de matemáticas de 4to básico en el marco del Sistema de Medición de la Calidad de la Educación en Chile. Los resultados mostraron que la calidad de los conocimientos de los alumnos depende fuertemente del NSE de los establecimientos y está positivamente asociado al conocimiento pedagógico del docente, aunque no de manera significativa.

Solano, et al. (2011) en su artículo *“El sonido de las fracciones: una propuesta interdisciplinaria de enseñanza”* mencionaron que, de la matemática escolar se toman los números fraccionarios como objeto de estudio, por su gran riqueza y su complejidad en los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Respecto a la música se centró la atención en lo que se ha llamado un sistema de signos musicales (SSM) compuesto por las figuras y silencios musicales, porque cuenta con una estructura matemática asociada al sistema matemático de signos de las fracciones (citado de Filloy y Rojano, 1991). Sin embargo, se mencionó que de fijar el orden redonda, blanca, negra, etc. se cumple con la propiedad siguiente: “Cada figura es la mitad de la anterior y el doble de la siguiente”. Como reflexión final, este artículo denotó que los estudiantes necesitan experiencias versátiles que les proporcionen herramientas de comprobación y argumentación para darse cuenta, por sus propios medios, sobre la construcción y el significado de un concepto estudiados. Estos diferentes acercamientos y representaciones que el estudiante tiene con los objetos matemático-musicales caracterizan los procesos de concretización de dichos objetos (citado de Wilensky, 1991). En fin, como consecuencia, el maestro también requiere de propuestas flexibles que le permitan realizar ajustes y adaptaciones

teniendo en cuenta los actores del contexto escolar para potenciar las herramientas y favorecer la actividad matemática de la clase.

Fazio y Siegler (2011) en su artículo y guía de investigación “*Enseñanza de las fracciones*” mencionaron que la comprensión de las fracciones es una de las competencias más importantes que necesitan ser desarrolladas en el currículo de matemáticas. Las mismas son esenciales para la comprensión del álgebra, la geometría y otros aspectos de las matemáticas. A pesar de esto, se ha demostrado que para la mayoría de los estudiantes alrededor del mundo, resulta difícil entender las fracciones. Además, esta guía provee sugerencias para docentes y administradores que buscan mejorar la enseñanza de la fracción en el aula o las escuelas. Las recomendaciones estuvieron basadas en una investigación científica y en los conocimientos y experiencias exitosas de maestros de matemáticas. Estas recomendaciones incluyen una variedad de actividades en el aula, así como estrategias de enseñanza enfocadas en mejorar el entendimiento conceptual de las fracciones por parte de los estudiantes.

Mejía (2012) en su artículo “*Dinamización Matemática, Estrategias para resolver problemas con fracciones de fracciones*” derivó de un proyecto de investigación titulado “Estrategias de profesores de matemáticas en secundaria para resolver problemas” del Instituto Superior de Ciencias de la Educación del Estado de México (ISCEEM) para que el autor obtuviera un grado de Doctor en Ciencias de la Educación. Aquí hay dos elementos que consideraron bien importantes que son investigaciones relacionadas a fracciones y estrategias para resolver problemas de fracciones. El objetivo principal fue rescatar el trabajo que hacen los profesores de educación básica y mostrar sus estrategias de solución de problemas con fracciones que son una problemática a la hora de enseñarlas y aprenderlas, según lo consideraron: Behr et al (1993); De León y Fuenlabrada (1996); Newstead y Murray (1998); y Charalambous y Pitta-

Pantazi (2005). Ahora bien, el artículo mencionó que existe un programa para los sistemas educativos que corresponde al Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA) que se clasifica en seis niveles de complejidad donde el nivel seis es el más alto y el nivel uno es el más bajo y a su vez se utilizó en México mostrando resultados de niveles inferiores en los estudiantes de 15 años de edad al igual que en años anteriores. Sin embargo, en México existe la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE), en la cual también los estudiantes se encuentran en los niveles inferiores también. En ambas evaluaciones se evidencia la realidad de las deficiencias en los estudiantes, donde se observa que algo está pasando con respecto al aprendizaje y ejecución, por lo cual el interés de políticas educativas, de investigadores, de profesores, padres de familia y de toda la sociedad realizar estudios de esa índole o problemática con el fin de mejorarlos. Con respecto al primer elemento importante que corresponde a las investigaciones relacionadas, se describen las estrategias de soluciones que ejecutan los profesores de educación básica para resolver problemas que involucren el uso de fracciones dentro de otras fracciones. Todo lo anterior se justifica el planteamiento de Dienes (1972) quien puntualizó que el conocimiento de las fracciones no es adquirido de manera espontánea como los números naturales. Por otro lado, Streefland (1986) llamó distractores-N, que es cuando se usan reglas aritméticas de números naturales y se está trabajando con fracciones. Según Hilton (1983) y Usiskin (1979) el reto que representan las fracciones en educación matemática es alto. No obstante, existen varias investigaciones relacionadas a las fracciones en la educación matemática. Entre ellas mencionó la de Kerslake (1986) que señala el papel que juegan las fracciones en el desarrollo del pensamiento de los niños, la de López y Elosua (2002) quienes analizaron los componentes cognitivos implicados en la suma y resta de fracciones, la de Pearn y Stephens (2004) quienes corroboran la inexactitud para localizar una

fracción en la recta numérica, la de Brizuela (2005) que identifica las dificultades que tienen los niños para conceptualizar los números fraccionarios, la de Yanik, Helding y Baek (2006) quienes colocaron a un grupo de alumnos dos problemas para ubicar fracciones en la recta numérica y finalmente la de Fandiño (2007) que narró la historia de las fracciones y hace un recuento de las investigaciones hechas desde 1960 al 2007. No obstante, pienso que lo más importante que se observa en este artículo es lo que plantea Polya (1945) quien mencionaron las cuatro etapas para resolver problemas matemáticos que son: comprender el problema; diseñar un plan; aplicarlo; y revisar la solución. Adicionalmente, Dienes (1972, 8) dice que: “Una fracción puede ser, o bien la descripción de un estado de cosas, o bien una orden, es decir, el resultado de la orden de ejecución de una operación. Dos tercios, puede significar que describimos las dos terceras partes de una cosa cualquiera y con ello indicamos un estado de cosas. Por otro lado, se puede decir: “tómense dos tercios de la cosa, sea cual fuere ésta” y con ello indicamos una orden. Ahora bien, con respecto al segundo elemento importante que corresponde a las estrategias para resolver problemas, primero se define estrategias cognitivas, que se dice que son un conjunto de operaciones mentales manipulables, o sea, “secuencias integradas de procedimientos o actividades que se eligen con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento o utilización de la información” (Pozo, 1990, 201); o como “las actividades u operaciones mentales seleccionadas por un sujeto para facilitar la adquisición del conocimiento” (Beltrán, 1998, 205). También, según Fan y Zhu (2007), mencionaron 17 estrategias para resolver problemas. Las mismas son las siguientes: 1) Actúalo, 2) Cambia tu punto de vista, 3) Dibuja un diagrama, 4) Adivina y revisa, 5) Razonamiento lógico, 6) Busca un patrón, 7) Elabora suposiciones, 8) Elabora una lista, 9) Elabora una tabla, 10) Replantea el problema, 11) Simplifica el problema, 12) Resuelve parte del problema, 13) Piensa en un problema relacionado,

14) Usa un modelo, 15) Usa una ecuación, 16) Usa concepto antes-después, y 17) Trabaja de reversa. La metodología del estudio fue de tipo descriptivo con 28 profesores (5 de jardín de niños, 14 de primaria y 9 de secundaria) protegiéndose la confidencialidad de los mismos y de la institución escolar. En dicho estudio, se analizó el material de tipo individual de preguntas respondidas por los profesores durante un tiempo de una hora, luego se recogió el material para no alterar las respuestas, después se dividieron en grupos pequeños de tres profesores y finalmente se revisaron las soluciones. Como conclusión general del estudio, se mostró que un problema puede ser resuelto de diversas maneras en la cual implica una o varias estrategias. Ahora bien, la conclusión del autor estableció que cree que para ser un buen profesor de matemáticas es necesario tener distintos tipos de conocimientos, como lo estableció Shulman (1987) que se requieren de siete: conocimiento del contenido; conocimiento pedagógico general; conocimiento del currículum; conocimiento del contenido pedagógico; conocimiento de los estudiantes y sus características; conocimiento de los contextos educativos; y conocimiento de las finalidades educativas, propósitos y valores. No obstante, el principal es el conocimiento del contenido; de nada sirve saber sobre didáctica o los contenidos del currículum, que son necesarios, sí; pero el que no se puede evitar es el dominio del contenido matemático escolar.

Pérez, et. al (2012) en su artículo “*La visualización y el aprendizaje colaborativo en la enseñanza de fracciones*” realizó una investigación en una escuela primaria pública del sur de México y tuvo como objetivo valorar las estrategias de recuperación de los conocimientos previos, la visualización y el trabajo colaborativo en la construcción del concepto fracciones. El enfoque metodológico fue cualitativo en el que participaron 18 alumnos de grupo del sexto grado y su maestra. En fin, se encontró que las estrategias de recuperación de los conocimientos previos, la visualización y el trabajo colaborativo favorecieron a que los alumnos construyeran el

concepto de fracciones desde una perspectiva amplia. Esto es, los alumnos identificaron a los números racionales en situaciones tales como: relación parte-todo de un entero, cociente, medida, y proporción.

Sin embargo, Pruzzo (2012) en su artículo “*Las Fracciones: ¿Problema de Aprendizaje o Problemas de la Enseñanza?*” informa, que las dificultades de aprendizaje plantean una problemática que han delimitado centrándose en la construcción del concepto de fracción con los siguientes objetivos: Comparar los aprendizajes curriculares esperados (nivel primario) con los desempeños de los alumnos de 1er Año del secundario. Analizar los errores como medio de conocer el pensamiento matemático desarrollado. Establecer las relaciones entre las actividades escolares y los aprendizajes logrados. A partir de una metodología de perspectiva cualitativa, evaluamos el aprendizaje de 433 estudiantes y realizamos el análisis documental de manuales, cuadernos y diseño curricular. Numerosos alumnos no logran representar números fraccionarios, operar con ellos o establecer equivalencias. Los errores post instruccionales analizados señalan que no han construido el concepto de “fracción” centrado en las relaciones “parte-todo”. Quedan comprometidos, así, todos los aprendizajes sobre números racionales subsiguientes. Los errores, se vinculan con actividades que presentan las fracciones, tanto vinculadas a la medida como con el reparto, alejadas de las operaciones concretas y centradas en configuraciones perceptivas de materiales continuos y discretos que no toman cuenta ni peso ni volumen. En fin, se denominó “enseñanza irrelevante” a la que estanca a los alumnos en el “no aprendizaje”, lagunas de aprendizaje; o inducen errores post instruccionales, que pasan inadvertidos en las evaluaciones.

Bautista y Rodríguez (2012) en su artículo “*Argumentos históricos y la enseñanza de las fracciones*”, presenta los avances de una investigación en donde el objeto de estudio es la noción de fracción en la educación básica, primaria, tomando como punto de partida la problematización

de este saber desde una perspectiva histórica. El mismo enfatiza al método histórico como método de investigación principalmente porque el propósito fue realizar una propuesta didáctica donde se usaron argumentos históricos.

No obstante, Hurtado (2012) en su artículo (de tesis doctoral) “*Una propuesta para la enseñanza de fracciones en el grado sexto*”. menciona que, los estudiantes de grado sexto del colegio San Agustín de Aguazul en el Departamento de Casanare, no logran dar significado a las fracciones. Si logran realizar operaciones, tienen dificultades cuando tienen que comprender los enunciados de los problemas y ejecutar las fracciones para resolverlos. A partir de los aportes por algunos autores sobre el tema y un estudio exploratorio realizado, se diseñó y aplicó una propuesta didáctica que aborda el significado de fracción. Utilizando la resolución de problemas como metodología, se realizó un análisis epistemológico, didáctico y cognitivo sobre el concepto de fracción. Una vez aplicada la propuesta didáctica, se alcanzó una mejor comprensión del significado de fracción, así mismo los estudiantes hubo avances en la argumentación de los procedimientos de solución de las situaciones problémicas.

Sin embargo, Butto (2013) en su artículo “*El Aprendizaje de Fracciones en Educación Primaria: Una Propuesta de Enseñanza en Dos Ambientes*” afirma que hay cuatro (4) elementos a saber, éstos son: fracciones, educación primaria, aprendizaje y propuesta didáctica. Basado en estos elementos, es que se investiga sobre el aprendizaje de fracciones a estudiantes de primaria (6to grado) de una escuela en el Distrito Federal de México. La investigación estuvo basada en dos (2) ambientes: el lápiz y papel y recursos interactivos, en la cual sus objetivos principales para ambos ambientes son las dificultades del aprendizaje con respecto al modelo matemático mediante descripción, el diseño y aplicación de una secuencia didáctica con respecto a los aspectos matemáticos y cognitivos; y reporte de evolución a nociones matemáticas. El

planteamiento del problema de este artículo de investigación está basado en las dificultades que los estudiantes presentan con respecto al aprendizaje de fracciones. Las justificaciones se basan en cuatro autores investigadores que se consideran los más importantes en este artículo y se mencionarán a continuación. Según Maia, Cámara y Cámara (1991), la idea de fraccionamiento trae una idea que explica de que cuando algo es dividido, lo hace en porciones menores que el todo inicial. Cuando el “todo” no es suficientemente claro para los estudiantes, la idea de unidad no se percibe y es difícil. Las dificultades se observan al tratar con una fracción impropia como por ejemplo $5/2$. Por otra parte, Davydov y otros (1991), critican el aprendizaje de concepto de fracción en los manuales tradicionales de matemática elemental. Chaffe-Stengel y Nodding (1982), creen que esa manera de abordar el concepto de fracción en la instrucción escolar es por un modelo conceptual parte-todo y el concepto de fracción aparece como parte de cosas que no son números. Por lo tanto, surge la pregunta con respecto a un obstáculo para los niños, ésta es: ¿Cómo pueden entender fracción cuando son llamados a operar, por ejemplo, con una suma o una resta de fracciones, particularmente con denominadores distintos, cuando la metáfora “fracción como parte” ofrece pocos elementos para resolver ese problema?; otra pregunta es: ¿Cómo podemos hablar de una cosa que es mayor de una cosa de la cuál partimos?, por tales preguntas, se concluye que el entendimiento de fracciones como partes de un todo no posibilita el entendimiento adecuado del concepto y crea una dependencia con objetos concretos. Ellos también creen que es necesaria una secuencia de conceptos que lleven a los niños a comprender mejor la transición de los números enteros a números fraccionarios. Los estudios que tienen demanda cognitiva, por ejemplo, investigaciones desarrolladas por Piaget, Inhelder y Szeminska (1960), el concepto de fracción involucra una relación parte-parte (cuantificación extensiva) y una relación parte-todo (cuantificación intensiva): la relación parte-parte garantiza que un todo

puede ser dividido exhaustivamente (sin resto) en partes equivalentes: la relación parte-todo asegura la comprensión de que la parte está siempre contenida en el todo y que juntas lo componen. Para ellos, la comprensión de las fracciones implica considerar los siguientes aspectos: 1) la existencia de un todo dividido en partes iguales, 2) El todo debe ser dividido sin subdividirse parte del todo e ignorar la otra parte del mismo todo, 3) La concepción de cada fracción como una parte y un todo en sí; y 4) la suma de las fracciones constituidas es igual al todo inicial. Entre otros autores adicionales a los cuatro más importantes que se mencionaron anteriormente, tenemos a Zerman (1991), por ejemplo, que puntualiza la capacidad de los niños para operar con fracciones, cuando la referencia $\frac{1}{4}$ y la referencia al entero como ancla para sumar fracciones; Singen-Freeman y Goswani (2001), investigaron la habilidad de los niños para establecer equivalencias entre cantidades continuas y discontinuas; Bezerra y otros (2002), argumentan que la enseñanza tradicional tiende a valorar el cero de los símbolos y los niños presentan obstáculos en la comprensión de los problemas, en la lógica que subyace la acción de los algoritmos cuando operan con fracciones; y finalmente Streefland (1993), hace un análisis curricular e identifica dos problemas con las fracciones: el primero es no considerar la complejidad de las fracciones en la evolución del aprendizaje de los niños, y el segundo consiste en la aproximación que se hace de las fracciones, alejándose de la realidad. Con respecto al Marco Teórico, el mismo enfatiza en la propuesta de Kieren (1993), en la cual el autor argumenta que el conocimiento del número racional no requiere solamente de la comprensión de cada idea sino también de cómo se conectan entre sí. Para este autor, dicho aprendizaje solo puede ser visualizado a partir de la idea de Constructo, lo cual lo define como la acción en la que el sujeto aprende del mundo un objeto mental y en las fracciones concibe el entendimiento por sub-constructos de los cuales logra reconocer cuatro: 1) relación parte-todo y parte-parte, 2)

cociente, 3) razón, 4) operador y medida. El autor (1976) estableció un esquema (tipo organigrama) en la cual considera que el modelo posee un orden implícito acerca del pensamiento de los números racionales. La metodología del estudio fue de tipo cualitativo, ya que asume los fenómenos que ocurren durante la enseñanza y el aprendizaje como un conjunto de diversas variables a considerar desde una visión más dinámica en la cual hubo una participación de 26 estudiantes entre las edades de 10 y 12 años; y se establecieron tres etapas: 1) cuestionario inicial de fracciones seguido de una entrevista clínica individual, 2) secuencia didáctica en dos ambientes: lápiz y papel e interactivos libres; y 3) cuestionario final de fracciones. Con respecto a las conclusiones se establecen dos, lo cuales corresponde a una para cada ambiente. En la de papel y lápiz, muestran que el total de los estudiantes no presentaron dificultades con la idea de mitad y con la ubicación de fracciones propias en la recta numérica. Mientras que en la de recursos interactivos, hay un avance conceptual en los estudiantes, ya que pudieron superar dificultades que tenían sobre las fracciones.

Ceballos y Murillo (2013) en su artículo *“Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas, mediados por fracciones”* establecen una propuesta que relaciona teorías y aportes significativos, frente a posibles conexiones entre las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas, algunos métodos para la resolución de problemas (como la heurística), enfocados en las destrezas que desarrollan los estudiantes frente al aprendizaje de las fracciones y problemas derivados. La investigación se enmarca en el paradigma de investigación cualitativa, bajo el enfoque de la teoría fundada y con diseño metodológico basado en el estudio de casos. Se centra en estudios y experiencias nacionales, confrontados con la literatura existente en Latinoamérica, Norteamérica y algunos países europeos. El camino seguido en el proceso de investigación se

resume en cinco capítulos: Estado del arte; Marco teórico; Planteamiento del problema; Metodología y Análisis de los resultados, lo cual se amplía.

González del Olmo (2015) en su artículo “*Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria*”, denota que los errores forman parte del proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas a lo largo de toda la etapa educativa, siendo constante su presencia en la adquisición y consolidación del conocimiento por parte de los alumnos. La aparición de respuestas incorrectas suele ser interpretada como señal de carencias en el aprendizaje de los alumnos, considerándolo incluso como un fracaso en la consecución de los objetivos planteados.

Por otra parte, Pinzón (2016) en su artículo “*Aplicación PhET: estrategia de enseñanza-aprendizaje de fracciones equivalentes*” tuvo como propósito determinar si la aplicación de Simulaciones PhET mejora la enseñanza y el aprendizaje de fracciones equivalentes. La misma fue de tipo experimental-cuantitativa, con grupo control y un grupo experimental (prueba con el simulador PhET). La población de estudio estuvo constituida por 40 estudiantes de octavo grado de educación secundaria de la Institución Educativa General Santander de Soacha, Cundinamarca. Del total de esta población de estudio, el grupo experimental estuvo conformado por 20 estudiantes (11 hombres y 9 mujeres) y el grupo control por 20 estudiantes (10 hombres y 10 mujeres). No obstante, en este caso, la media del grupo experimental es estadísticamente mayor que la media del grupo control. En fin, el rendimiento académico del grupo experimental mejoró significativamente al utilizar el simulador PhET en la enseñanza de las fracciones equivalentes.

Sin embargo, Díaz-Pinzón (2016) en su artículo “*Soporte técnico de simulación Phet en la enseñanza y aprendizaje de fracciones equivalentes*” tuvo como propósito comparar el

resultado de cada estudiante con respecto a cada nivel de dificultad con la aplicación de Simulaciones Phet, en la enseñanza y el aprendizaje de fracciones equivalentes, fracciones mixtas y reducción de fracciones. Esta Investigación es de tipo experimental-cuantitativa, con un único grupo (Prueba con el simulador Phet). La población estuvo constituida por 40 estudiantes de octavo grado de educación secundaria de la Institución Educativa General Santander de Soacha-Cundinamarca. El grupo de estudio estuvo conformado por 40 estudiantes (20 hombres y 20 mujeres). Se realizó una comparación múltiple entre medias independientes, a partir del análisis estadístico de los datos aplicando la prueba Scheffé, se pudo observar que hay evidencia para rechazar la hipótesis nula, por tanto, las medias son significativamente diferentes. La nota promedio fue 9,575 para el primer nivel, de 9,710 para el segundo nivel, de 9,385 para el tercer nivel, 8,840 para el cuarto nivel, 8,370 para el quinto nivel, 7,610 para el sexto nivel, 8,478 para el séptimo nivel, 7,530 para el octavo nivel. En fin, la aplicación del simulador Phet permitió un aprendizaje activo, participativo, característico, acrecentando el nivel de participación del estudiante, cumplimiento de tareas y actividades, y el interés por el tema de estudio, lo cual quedó demostrado.

Ortíz (2016) en su artículo (y tesis doctoral) “*Reconceptualización del término equivalencia en la enseñanza aprendizaje de las fracciones comunes*” exploró el término equivalencia en la enseñanza aprendizaje de las fracciones, planteándose como una reconceptualización, con el objeto de darle la importancia y significado tanto en sí misma como en la operatividad con fracciones. La metodología mixta de carácter experimental donde se compararon dos grupos de aprendices, uno que tuvo una intervención en su enseñanza con situaciones didácticas propuestas y el otro no, analizando cuantitativamente por medio de pruebas diagnósticas y cualitativamente por medio de entrevistas individuales. A partir del

análisis realizado, se logró vislumbrar la poca importancia del término equivalencia, como elemento básico y en su utilización en los algoritmos de las operaciones entre fracciones, presentándose los errores típicos en el aprendizaje del concepto de fracción, cómo también la importancia de buscar métodos visuales que permitan subsanar las carencias y dificultades en la comprensión de las fracciones. Finalmente se plantea unas consideraciones sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje de las fracciones desde el componente visual, para que exista una verdadera comprensión.

García, et. al (2016) en su artículo “*Hacia un modelo de enseñanza para las fracciones basado en el uso de applets*” comienza justificando (a manera de introducción) sobre la problemática bien conocida que tiene la enseñanza y aprendizaje las fracciones a partir de las últimas décadas. Con respecto a tal justificación, se mencionan las contribuciones más importantes de investigaciones realizadas por Kieren (1976), Freudenthal (1983); Behr, Lesh, Post y Silver (1983), Figueras (1988) y Streefland (1991). Los mismos influyeron en la forma en cómo se enfrentó dicha problemática reestructurando el contenido en la educación compulsoria de muchos países. En base a lo anterior, el objetivo principal de este artículo es favorecer una constitución de mejores objetos mentales de las fracciones a partir de la educación primaria. Según Behr, Harel, Post y Lesh (1983), afirmaron en la década de los noventa, que la ausencia de un acuerdo para enseñar los conceptos de número racional y fracción ha llegado a ser un obstáculo para los niños en términos de un desarrollo matemático. Mediante a los objetivos de la investigación de este artículo, nos hace referencia a la tecnología para enseñar fracciones con respecto a la pregunta de si existen o no, donde para responder a dicha pregunta, se realizaron búsqueda de recursos en la web, donde se encontraron varios “applets” relacionados con las fracciones. Ahora bien, con respecto a los Modelos Teóricos Locales (MTL), la misma es un

marco de referencia teórico y metodológico, donde se asume una postura teórica por no utilizar teorías generales de enseñanza, aprendizaje o comunicación, sino que se trata de elaborar un MTL para dar cuenta de los procesos que se desarrollan cuando se enseñan contenidos matemáticos, pretendiendo que los mismos sean adecuados. Por otra parte, mediante el componente formal de MTL y la fenomenología didáctica de las fracciones, se describe “El uso de las fracciones en el lenguaje cotidiano”, en la cual las expresiones se usan para describir o comparar, ya sea cantidades o valores; “La fracción como fracturador”, que consiste en producir fracciones en la cual se relacionan las partes de un todo; “Las fracciones como comparador”, en la cual las fracciones sirven para comparar cantidades, magnitudes u objetos que se separan uno de otros; y por último “La fracción como número”, donde el *operador fracción* aparece en el campo de los números, ya sea como *medidora* que precede a una magnitud como por ejemplo $\frac{1}{2}$ kg, como inverso de la multiplicación y la fracción como un número racional. A esto se le llama el *operador fracción formalmente definido*. También, mediante el componente de enseñanza del MTL, se describe el “Análisis de applets situados en la web como elemento del componente de enseñanza”, donde los principales motivos de selección se encuentran: a) Applet 1 (Escalas), b) Applet 2 (Busca la fracción) y c) Reflexiones sobre el análisis de los applets de la web. Con respecto a los Applets 1 y 2, se establecen las indicaciones, el tipo de información que el applet proporciona al sujeto, el aspecto de la fracción y la interacción del usuario con el applet. No obstante, con respecto a las reflexiones sobre el análisis de los applets en web, se posibilita la representación visual de dichas situaciones a través de animaciones, símbolos, gráficas o lenguaje escrito. También, por otro lado, algunas prohibiciones del diseño de los applets estudiados se refieren a la interacción del estudiante con el applet. Además, con respecto al diseño de una secuencia de enseñanza y la construcción de applets, se menciona que el recurso

didáctico para la secuencia de enseñanza puede permitir al estudiante a visualizar las fracciones impropias, acercarse a la noción de densidad de los racionales, reconocer fracciones como representaciones de un número racional, comparar fracciones, modelar operaciones básicas de números (Naturales, Enteros y Racionales) y entender la relación entre fracciones y decimales. También se menciona la importancia de la recta numérica que es un recurso didáctico para representar fracciones por medio de los applets. Según Behr, Post y Wachsmuth (1988), este recurso didáctico difiere de los modelos de áreas y de conjuntos discretos en aspectos importantes como: En la recta numérica la unidad se representa por una medida mientras que en los otros modelos, la unidad es un área o conjunto de objetos; En la recta numérica el modelo es totalmente continuo (no hay separación visual entre las unidades), mientras que En los otros modelos se puede ver una separación entre las partes o entre unidades; la recta numérica requiere del uso de símbolos para transmitir el significado que se pretende, es decir, se requieren símbolos (numéricos) para definir la unidad, mientras que la unidad en los otros modelos está implícito; y por último, las unidades en la recta numérica se pueden subdividir sin restricciones. También se habla sobre el Applet de la primera etapa y los primeros resultados de la validación de la primera etapa. Ahora bien, con respecto a Applet de la primera etapa se mencionan los propósitos, las indicaciones, los elementos del diseño y las cuestiones para reflexión. Entonces, con respecto a los primeros resultados de la validación de la primera etapa, la misma se puso a prueba con la intención de validarla. Para ello, se pusieron a prueba tres grupos de primer año de Educación Secundaria y un grupo de estudiantes de segundo año que asistían al taller de regularización de matemáticas donde se estudian contenidos de primer año de secundaria. Esta secuencia de enseñanza se llevó a cabo en cinco sesiones. En la primera se dedicó a contestar un pretest administrado por el profesor titular; en tres sesiones se experimentaron con los siete applets que

se diseñaron, donde participaron como monitores el profesor y quienes diseñaron la secuencia de enseñanza; y en la última sesión, el profesor titular aplicó un postest donde el mismo participó únicamente como monitor y aplicador de los tests. Con respecto a las conclusiones, se establece una reflexión con tres temáticas. La primera se basa en la familiaridad de los estudiantes con el uso de tecnología en el aula, donde se concluye que los mismos no están acostumbrados a trabajar con applets. La segunda se basa en la dependencia que tienen los estudiantes con el profesor, en la cual no se determinó si era la dificultad a la hora de comprender instrucciones, falta de interés o desconocimiento del entorno informático, ya que no todos respondieron a las preguntas. Finalmente, en la tercera, se observó que 5 de los 28 estudiantes no reconocen los elementos que componen el símbolo de las fracciones ya que no los relacionaron con los deslizadores del numerador y del denominador que aparecen en los applets. Para culminar, las observaciones aquí descritas serán una guía para mejorar el diseño de los applets y para la siguiente fase de la investigación posterior. Esto continúa dando soporte a lo que se quiere realizar en esta investigación con respecto a la utilización de la tecnología por medio de la aplicación Kahoot.

Ivars, et. al (2016) en su artículo “*Características del aprendizaje de estudiantes para maestro de una trayectoria de aprendizaje sobre las fracciones para el desarrollo de la competencia mirar profesionalmente*”, se identificaron dos características del aprendizaje de estudiantes para maestro de una trayectoria de aprendizaje sobre las fracciones como aspectos relevantes en el desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente”. Los investigadores utilizaron datos de un entorno de aprendizaje en el programa de formación inicial de maestros en nuestra universidad para examinar el aprendizaje de los estudiantes para maestro. Las dos características identificadas fueron: (i) el uso de un lenguaje que relacione de manera adecuada

lo general con lo específico al mirar el pensamiento matemático de los niños, y (ii) la cohesión entre los objetivos de aprendizaje para los niños generados por los estudiantes para maestro desde las inferencias realizadas sobre la comprensión matemática de los niños y las variables de tarea al proponer actividades para los niños que tengan en cuenta la progresión del aprendizaje matemático.

Magdaleno, et. al (2016) en su artículo *“Estado del Arte de Aprendizaje de Fracciones con MLearning”*, informa que existen estudios del tema de fracciones donde se destaca la dificultad en el aprendizaje y enseñanza de este tema del área de las matemáticas, debido a que se requiere para el dominio de otros temas como algebra, probabilidad, cálculo, es importante buscar estrategias de enseñanza que contribuyan al aprendizaje significativo de fracciones. El aprendizaje móvil, “m-learning” ofrece métodos modernos de apoyo al proceso de aprendizaje mediante el uso de instrumentos móviles, tales como las computadoras portátiles y las tabletas informáticas, los lectores MP3, los teléfonos inteligentes (smartphones) y los teléfonos móviles. El aprendizaje móvil se está convirtiendo en una de las soluciones a los problemas que confronta el sector educativo. Por ello el programa de actividades de la UNESCO se basa en un número, cada vez mayor, de iniciativas conjuntas encaminadas a estudiar de qué manera las tecnologías móviles pueden propiciar la consecución de la Educación para Todos (EPT). No obstante, el artículo muestra los resultados de la investigación sobre el estado del arte del Aprendizaje Móvil (M-Learning), en busca de trabajos relacionados con el aprendizaje de fracciones, en el periodo de 2010 a 2016.

Capilla (2016) en su artículo *“Habilidades cognitivas y aprendizaje significativo de la adición y sustracción de fracciones comunes”*, tuvo como finalidad identificar la correlación y el impacto que existen entre la equivalencia, comparación y orden de fracciones, considerando a

estos como habilidades o procesos cognitivos, y el aprendizaje significativo de la adición y sustracción de fracciones comunes. Aquí, se planteó la interrogante: ¿Cuál es la correlación e impacto de las habilidades cognitivas con respecto al aprendizaje significativo de la adición y sustracción de fracciones comunes? No obstante, se adoptó un enfoque cuantitativo y un diseño cuasiexperimental, longitudinal y correlacional con una muestra conformada por 17 estudiantes de tercer grado de telesecundaria. Para medir las variables se aplicaron dos cuestionarios de indagación equivalentes en su contenido con preguntas cerradas o diferenciados en los dígitos con el fin de garantizar la confiabilidad de los resultados aplicados en la fase de la preprueba y posprueba, respectivamente. En la fase intermedia se aplicó una secuencia de aprendizaje con la finalidad de desarrollar las habilidades cognitivas referidas a partir de actividades lúdicas y situaciones problema, así como el uso de recursos concretos y manipulables. Los resultados revelan una fuerte correlación positiva entre las variables habilidad cognitiva y operaciones con fracciones, lo que supone que el desarrollo de las habilidades cognitivas cataliza positivamente el aprendizaje significativo de las operaciones matemáticas referidas y viceversa.

Stelzer, et. al (2016) en su artículo: “*Relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental en el aprendizaje de las fracciones*”, tuvo como propósito de la investigación fue analizar las relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental de las fracciones durante su aprendizaje. Para esto se efectuó una búsqueda bibliográfica en las bases de datos ERIC, PsycInfo, Scielo y Redalyc, con los siguientes términos en español y sus equivalentes en inglés: fracciones (fractions), conocimiento conceptual (conceptual knowledge), conocimiento procedimental (procedural knowledge) y niños (children), combinados de diferente forma con el operador booleano AND (Y). Los resultados de esta búsqueda permitieron hallar quince artículos empíricos que pueden clasificarse en cuatro grupos de investigaciones: las que indican una

relación bidireccional, las que sugieren una relación unidireccional, las que muestran cierta independencia o restricciones en su vinculación y, por último, las que señalan que las relaciones varían según los sujetos. Esta falta de acuerdo podría explicarse por ciertas diferencias metodológicas de los estudios, por ejemplo, diferencias en el grado de consolidación del conocimiento de las fracciones de los participantes, el sentido conceptual o la habilidad procedimental estudiada, el tipo de enseñanza matemática recibida, etc. Por tanto, se sugirió que, para profundizar la comprensión de las relaciones entre el conocimiento conceptual y procedimental de las fracciones, estos aspectos metodológicos deben ser controlados.

Vargas (2016) en su artículo (y tesis doctoral), *“Elementos fundamentales para la conceptualización de fracción, con ayuda del software educativo cuadernia para estudiantes del grado 4° de primaria de la Institución Educativa Niño Jesús De Praga”*, informó que en el área de matemáticas de la institución Educativa Niño Jesús de Praga en la sección de básica primaria, los estudiantes de 4to grado a través del tiempo han venido presentando muchas dificultades en la conceptualización de fracción. El estudiante enmarca falencias integradas con el proceso de enseñanza-aprendizaje desarrollado en el aula de clase, que se ve reflejada a la hora de interpretar, desarrollar y proponer solución a problemas cotidianos. Para ello se toman los elementos fundamentales para la conceptualización de fracción, con ayuda del software educativo cuadernia. Ahí es donde se realiza una investigación de tipo correlacionar con un diseño cuasi experimental que permitiera un mayor entendimiento y manejo del tema. Principalmente se realizó el desarrollo de una guía que permitió observar las falencias presentadas en los estudiantes a través de los años, posteriormente se dio una intervención dividiendo el grupo en dos, donde uno fue llamado control y el otro experimental, en el primero se siguió el trabajo normal de aula y en el siguiente se trabajó con el software educativo

Cuadernia, el cual fue un aporte para la enseñanza, creando determinados ambientes de aprendizaje por medio de la tecnología disponible junto con el conocimiento del docente quien supo incentivar a los estudiantes y adentrarse en la materia. Lo que hizo este tema más dinámico y lúdico, facilitando el discernimiento significativo y una familiaridad con la asignatura. Finalmente se concluye con una segunda guía que el grupo experimental tiene más habilidades en la conceptualización de fracción.

Sáenz (2016) en su artículo “*Una cadena colectiva de significación en la conceptualización de fracciones. Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*”, se utilizó un método de enseñanza empleado en el experimento al que se refiere este artículo propició interacciones entre estudiantes y entre ellos y el profesor, como procesos dinámicos de interpretación y representación. Tal interacción dinámica fundamentó el surgimiento de signos generados individual y colectivamente que llegaron a constituirse en una cadena de significación que medió la transición desde las conceptualizaciones de número natural que estos estudiantes de cuarto grado tenían hasta sus conceptualizaciones iniciales de fracciones en totalidades discretas. La meta del experimento de enseñanza era analizar la naturaleza de esta transición.

Pinzón (2017) en su artículo “*Importancia de la simulación Phet en la enseñanza y aprendizaje de fracciones equivalentes*”, se utilizó un material didáctico multimedia (Phet) que integra los componentes de tecnología y pedagogía con el fin de apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de matemáticas para el grado octavo de la I.E. General Santander de Soacha-Cundinamarca. El propósito era determinar si la aplicación del Simulaciones Phet mejora la enseñanza y el aprendizaje de fracciones equivalentes, de acuerdo con los contenidos curriculares la asignatura de matemáticas, para octavo grado. La investigación fue tipo

Experimental de Enfoque Cuantitativo, con Pretest y Postest, para cada grupo de comparación. La población de estudio estaba constituida por 40 estudiantes de octavo grado de educación secundaria de la Institución Educativa General Santander de Soacha-Cundinamarca. Del total de esta población de estudio, el grupo 1 estuvo conformado por 20 estudiantes (10 hombres y 10 mujeres) y un Grupo 2 conformado por (11 hombres y 9 mujeres). El instrumento utilizado fue: una Prueba Escrita y Prueba Virtual (Simulador Phet), para ambos grupos y comparar sus medias. En fin, se concluyó por inferencia estadística que el rendimiento que académico de los estudiantes de grado octavo para el Grupo 1 no mejoró significativamente al utilizar el simulador PHET en la enseñanza de las fracciones equivalentes. Sin embargo, para el Grupo 2 el rendimiento académico de los estudiantes mejoró significativamente, al utilizar el simulador PHET en la enseñanza de las fracciones equivalentes.

Zakaryan y Ribeiro (2017) en su artículo “*Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones*”, tuvo como propósito evidenciar y caracterizar las relaciones entre distintos subdominios del conocimiento matemático especializado del profesor de matemáticas. Particularmente, buscando la mejora de la práctica del profesor, estas relaciones y su rol en la práctica tienen relevancia en las situaciones matemáticamente críticas, una de las cuales se refiere a la enseñanza y el aprendizaje de los números racionales. Considerando el conocimiento del profesor desde el modelo Mathematics Teachers Specialized Knowledge, se identifican y se caracterizan las relaciones entre uno de los subdominios (Knowledge of Mathematics Teaching) y los demás subdominios del conocimiento del profesor de matemáticas, en la práctica de una profesora chilena (8vo grado y alumnos de 13-14 años), en el tema de los números racionales. Se concluye presentándose estas relaciones mediante mapas de conexiones entre los subdominios del modelo.

Fernández (2017) en su artículo (y tesis doctoral) *“El método Singapur aplicado a la enseñanza de fracciones”*, afirma que la evolución del aprendizaje matemático conlleva cierto rechazo por el alumnado conforme al aumento de su dificultad. La motivación del aula se ve mermada al utilizar algunas metodologías tradicionales. En esta investigación, se planteó y se llevó a cabo a una propuesta alternativa basada en el Método Singapur. Esta metodología está basada en un trabajo manipulativo por parte del alumnado, que evoluciona a trabajo pictórico y por último al razonamiento abstracto de los conceptos matemáticos. En esta propuesta se trabajó la subárea de las fracciones, observando una mejoría en la comprensión y solución de problemas matemáticos.

Fonseca, et.al. (2017) en su artículo *“Enfoque CPA en la resolución de problemas para el aprendizaje de fracciones mediante el uso de software matemático”*, se denota que el dominio afectivo de docentes en matemáticas ha ocupado un papel secundario en los estudios del contexto iberoamericano. Las referencias históricas que se tienen empezaron a establecerse en la década de los 70 principalmente en el contexto anglosajón. No obstante, el propósito que se pretendió alcanzar con este escrito es mostrar cómo se han desarrollado investigaciones sobre el tema. Para ello se hizo un estudio de revisión bibliográfico de las aportaciones científicas que se han realizado en las últimas décadas sobre el dominio afectivo y las prácticas pedagógicas de docentes de matemáticas. Los resultados que se obtuvieron muestran que parece existir suficiente evidencia para asociar el dominio afectivo (actitudes, creencias y emociones) y las prácticas pedagógicas tanto de docentes en formación inicial como en servicio.

Baltazar y Valdemoros (2017) en su artículo *“La reflexión como vía de aprendizaje de las fracciones”*, se reporta una investigación donde se aplicó un programa de instrucción distinto al que tiene lugar en la escuela elemental (enseñanza experimental) con el propósito de inducir

nociones básicas vinculadas a las fracciones en alumnos que no han tenido experiencia escolar con esos números. Las actividades giran en torno a la reflexión de los alumnos sobre las acciones realizadas. A partir de dicha reflexión, los alumnos lograron nombrar y escribir algunas fracciones como resultados de repartos. Se seleccionó un grupo de tercer grado de primaria de una escuela que pertenece al sector particular incorporado a la Secretaría de Educación Pública, localizada en una zona urbana de la Ciudad de México. Los instrumentos metodológicos que se consideraron en la investigación son: la observación, la entrevista y el programa de enseñanza experimental. Los resultados permiten distinguir cuatro maneras como los alumnos establecen la relación entre los componentes propios de las fracciones y la organización que hace de ellos en su pensamiento reflexivo.

Aguilera y Rodríguez (2017) en su artículo (y tesis doctoral) “*Uso de las regletas de Cuisenaire para el aprendizaje de las fracciones*”, se dio a conocer las Regletas de Cuisenaire como material didáctico para el aprendizaje de fracciones como medida, por medio de una cartilla de actividades para que el docente de matemáticas la implemente con sus estudiantes. Parte de la definición y la importancia del material didáctico, una reseña acerca de las Regletas de Cuisenaire, las competencias y las etapas del proceso de generalización que desarrollan los estudiantes con el uso de las mismas. Se determinó el contexto de aplicación de la propuesta, con el fin de implementar un pilotaje de una de las actividades diseñadas en la cartilla, para analizar su pertinencia, el alcance, el entendimiento y las etapas del proceso de generalización propuesto por Mason (citado de Mason, Graham, Pimm y Gowar, 1999), que se dan en el desarrollo de la misma por parte de los estudiantes. Además, se presentaron seis actividades, todas relacionadas con el tema de fracciones. En cada una se incluye un objetivo, un procedimiento a seguir, preguntas del tema y tablas para completar. Finalmente, se presentaron los anexos de la tesis, los

cuales son: la descripción del grupo particular del pilotaje, la descripción del grupo general del pilotaje y las hojas diligenciadas por los estudiantes en el desarrollo de la actividad titulada “concepto de fracción”.

Ivars, et.al., (2017) en su artículo “*Un experimento de enseñanza para aprender a mirar profesionalmente usando una trayectoria de aprendizaje sobre fracciones*”, denota que la competencia mirar profesionalmente se ha identificado como una competencia necesaria que todos los maestros deben adquirir como medio para identificar situaciones relevantes de aprendizaje en el aula. La conceptualización de esta competencia se ha abordado desde diferentes perspectivas, aunque desde todas ellas se subraya la importancia de identificar los elementos matemáticos relevantes en las respuestas de los estudiantes, interpretar la comprensión de los estudiantes, y fundamentar las decisiones de acción que se tomarán en función de la comprensión previamente identificada. Con el propósito de desarrollar esta competencia en los futuros maestros de educación primaria, en el ámbito particular del pensamiento fraccionario, los investigadores han desarrollado un experimento de enseñanza que contempla un ciclo de investigación en tres fases: diseño de la instrucción y planificación (módulo de enseñanza), implementación y análisis. En fin, en la investigación se presentó como resultado de este ciclo de investigación, el diseño de una de las tareas profesionales del módulo de enseñanza.

Ivars, et.al. (2017) en su artículo “*Uso de una trayectoria de aprendizaje sobre fracciones para desarrollar la competencia mirar profesionalmente*”, informa que mirar profesionalmente es una de las competencias que un maestro debe desarrollar. Las investigaciones en formación de maestros han mostrado que esta competencia puede empezar a desarrollarse en los programas de formación inicial. En la investigación, se analizó las respuestas de 31 estudiantes para maestro a dos tareas en las que debían interpretar el pensamiento fraccionario de los estudiantes de

primaria usando una trayectoria de aprendizaje sobre fracciones. Los resultados de la investigación indicaron que la trayectoria de aprendizaje de las fracciones dotó a los estudiantes para maestro de un discurso matemático profesional para interpretar el pensamiento de los estudiantes de primaria ayudándoles a focalizar su atención en los detalles de las respuestas de los estudiantes.

Luján y Segura (2018) en su artículo revisado “*Competencias matemáticas en fracciones en alumnos de nuevo ingreso a nivel universitario*”, se presentan los resultados de una investigación transversal, no experimental de tipo exploratorio mediante la aplicación de una secuencia didáctica con el fin de identificar el nivel de competencia matemática en fracciones de un grupo de alumnos de nuevo ingreso a la licenciatura en contaduría; esto, de acuerdo a los niveles de competencia matemática establecidos por la OCDE. Nos dice también, que la importancia de analizar la habilidad de los estudiantes para operar con las fracciones se debe a que en nivel superior existen materias como álgebra, cálculo o probabilidad, y al no poseer la competencia necesaria se presentan dificultades en las asignaturas de ciencias básicas. Se encontraron problemas en la aplicación del algoritmo de suma de fracciones ya que los estudiantes confunden ciertos pasos en la parte de la división y/o multiplicación y no son capaces de comunicar de manera oral ni escrita su razonamiento al resolver los problemas planteados. Los estudiantes son capaces de resolver problemas que se encuentran en contextos familiares y que se presentan de manera directa, así como resolver ejercicios que estén exhibidos de manera clara.

Reséndiz y González (2018) en su artículo “*Enseñanza de fracciones en tercer grado de primaria: Análisis del discurso y practicas pedagógicas*”, tiene como objetivo presentar un estudio de caso acerca de la enseñanza de fracciones en el Tercer Grado de Primaria. Se

analizaron los recursos discursivos empleados por el docente, sus estrategias, así como la interacción con sus estudiantes, al momento de darse el primer acercamiento formal al estudio de fracciones. Se analizaron también las principales complicaciones encontradas en la enseñanza de la noción de fracción en situación escolar. La investigación es de corte cualitativo y de tipo etnográfico.

Morales (2018) en su artículo *“Estrategias metacognitivas en docentes para la enseñanza de la resolución de problemas de fracción como parte- todo y su praxis”*, presenta los resultados del trabajo de grado a nivel doctoral bajo el título anterior, lo cual indaga sobre las estrategias metacognitivas que se activan en la resolución de problemas, durante el proceso de comprensión de la situación problema con el concepto de fracción parte todo, en contextos continuo, discreto, como razón, las habilidades pedagógicas y epistemológicas de docentes en ejercicio que orientan matemáticas en básica primaria en Boyacá, Colombia.

Mejía (2018) en su artículo *“Experiencia de Aula-Reflexiones en torno al uso de materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las fracciones”*, afirma que en la formación de los normalistas superiores se considera pertinente la reflexión del uso de materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las matemáticas, por lo cual se cuenta con un espacio denominado laboratorio de matemáticas (citado de Arce, 2004). Teniendo en cuenta estas posibilidades en el ambiente escolar y en el marco del programa del CIER Sur, se creó una unidad didáctica, con el uso de applets propuestos en tube.geogebra.org y algunos materiales didácticos, que permitieron complementar las discusiones didácticas de la enseñanza de las fracciones teniendo presente el libro de Llinares y Sánchez (1997). Particularmente se abordaron las diferentes interpretaciones de la fracción y los algoritmos para realizar operaciones con fracciones, por lo cual los normalistas profundizaron sobre esta temática de enseñanza, propia de

los grados de cuarto y quinto de primaria, con el objetivo de mejorar sus futuras prácticas pedagógicas.

Sin embargo, Rodríguez y Olfos (2018) en su artículo “*Instrumentos consistentes para la enseñanza de fracciones en 4º. grado*”, nos indica que en Chile y, en general, para todos los sistemas educativos del mundo es conveniente disponer de instrumentos consistentes que midan los conocimientos que requiere un profesor para lograr que sus alumnos aprendan; instrumentos útiles para la formación inicial y continua del profesorado. El objetivo del estudio consistió en elaborar dos instrumentos consistentes, uno sobre el conocimiento profundo del profesor acerca de las fracciones y otro sobre el saber del profesor acerca del conocimiento que el alumno pone en juego al conceptualizar las fracciones en 4to. grado. Los instrumentos fueron aplicados en dos oportunidades a grupos de 30 profesores de primaria y una vez a 20 estudiantes de la carrera de Pedagogía en Matemáticas. Tras los respectivos procedimientos psicométricos se obtuvieron dos instrumentos, de 12 y 10 preguntas, con una consistencia interna de 0.74 y 0.75 alfa de Cronbach.

Ticona (2018) en su artículo (y tesis doctoral) “*Tutor Web para la enseñanza de fracciones en primero de secundaria a través de las figuras geométricas*”, nos informa que en la actualidad con el avance de la tecnología se tiene tendencias a nuevos métodos de enseñanza para agilizar el proceso de aprendizaje, así como también al uso de diversas herramientas para el mismo fin. Es por tal razón que el profesor actúa como un guía en el aula, el cual conduce al estudiante conocimiento facilitándole herramientas didácticas en el momento adecuado. El documento presenta el desarrollo de un tutor web para la enseñanza de fracciones en primero de secundaria a través de las figuras geométricas. También, la misma es diseñada para facilitar el proceso de enseñanza y mejorar el rendimiento estudiantil. En la investigación, se utilizó el

método ADDIE, diseño instruccional implementando las cinco fases o etapas; lo cual en la etapa de desarrollo se implementa la estructura de un tutor web. Tras realizarse un análisis de los resultados se concluyó que el uso del tutor, en el proceso de enseñanza se incrementó en un 18.24 % lo que permite contemplar que se elevó el índice de conocimiento en los estudiantes de primero de secundaria.

López (2018) en su artículo “*Fracciones a través del aprendizaje situado*”, se presentan los avances de la investigación que tiene como propósito analizar el aprendizaje de los números fraccionarios en estudiantes de séptimo grado a través del aprendizaje situado, para esto se partió de una prueba diagnóstica que mostró el manejo que tienen los alumnos de las fracciones en el contexto de uso. Los resultados identificaron dificultades de los estudiantes, abordadas desde diferentes ambientes o entornos de aprendizaje, lo cual permitió el diseño de actividades de clase centradas en el aprendizaje situado que pueden permitir un mejor aprendizaje del objeto matemático fracción, ya que dichas actividades ayudaron a que los niños se relacionen de manera adecuada con su cotidianidad y convirtieran su aprendizaje en significativo y relevante para sus vidas. La investigación sigue el enfoque cualitativo interpretativo para analizar el fenómeno del aula de clase y la técnica de investigación acción, con el ánimo también de que el profesor, de alguna manera, transforme la dinámica de sus clases.

Alva y Solís (2018) en su artículo “*Fortaleciendo la conceptualización y conocimiento de las fracciones en alumnos a través de situaciones de aprendizaje*”, se investiga sobre los diferentes significados de las fracciones (como parte-todo, cociente, medida y número racional) bajo una puesta en escena utilizando la metodología de la Ingeniería Didáctica, apoyándose de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1998) en su libro *Théorie des situations didactiques*. En relación con los cuatro significados de las fracciones forzosamente se habla de

una repartición que implica conocer a detalle el todo (elemento a dividir o repartir) en una cantidad de partes necesarias ante una situación específica. Esta situación será repartir pizza entre cierta cantidad de niños; una característica de la Ingeniería Didáctica es descubrir un conocimiento (concepto matemático) que implica necesariamente una evolución, por medio de la Teoría de las Situaciones Didácticas.

No obstante, Marín, et. al. (2019) en su artículo *“Adición entre fracciones como parte de un todo utilizando el juego con regletas A3”*, tuvo como objetivo analizar cambios en la comprensión del proceso de la adición entre fracciones como parte de un todo a partir de la utilización de las regletas A., con los estudiantes de grado 4to en una Institución Educativa Estatal de Córdoba (Colombia). El estudio presenta una metodología cualitativa, en ésta se detalla el proceso relacionado con la adquisición del conocimiento referente a la suma de fracciones como parte de un todo. Se hace énfasis en el aspecto del juego como estrategia metodológica, basado en la aplicación de las regletas A., mediante estas se orientó a los estudiantes para que a través de ellas puedan ser competentes de interpretar, representar y aplicar la suma de fracciones como parte de un todo. Además, en el desarrollo de esta se presentó una serie de instrumentos que permitieron diagnosticar los obstáculos que los estudiantes registraban referente a la temática del estudio. También, en esta investigación se planeó y ejecutó una unidad didáctica relacionada al pensamiento matemático lógico, fundamentada en un modelo seguido por tres momentos concretos paso a paso, estos tres momentos constan de actividades que admiten que sea el estudiante quien construya su propio conocimiento en la medida en que va realizando las actividades donde evoluciona conceptualmente. Finalmente, se muestra un análisis de los resultados teniendo en cuenta el antes, durante y después de la intervención de la unidad didáctica.

Stelzer, et. al. (2019) en su artículo “*El conocimiento de las fracciones. Una revisión de su relación con factores cognitivos*”, tuvo como propósito realizar una revisión de la literatura que permita comprender la relación del conocimiento de las fracciones con los factores cognitivos en estudiantes de escolaridad primaria y secundaria; lo cual, se realizó una búsqueda de artículos empíricos en las bases de datos Education Research Complete, ERIC, MEDLINE, Primary Search, PsycARTICLES y PsycINFO. Los criterios de inclusión fueron: (a) trabajos empíricos, (b) efectuados con niños de escolaridad primaria o secundaria (de 6 a 18 años de edad), (c) publicados en revistas científicas con referato y (d) redactados en español o inglés. Las investigaciones seleccionadas coinciden respecto de que: (a) la atención predice el conocimiento conceptual y procedimental de las fracciones, (b) el lenguaje y la inteligencia fluida explican el conocimiento conceptual de las fracciones en la etapa inicial de su enseñanza sistemática y (c) el ejecutivo central contribuye a la predicción del conocimiento conceptual de las fracciones en años avanzados de la escolaridad. Finalmente, se discuten las implicaciones teóricas y prácticas de estos resultados y se señalan posibles líneas de investigaciones futuras.

González y Rodríguez (2019) en su artículo “*Priorización de problemas referentes a la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, mediante la técnica matriz de Vester*”, se presentan algunas técnicas usadas para identificar dificultades referentes a la enseñanza y aprendizaje de las fracciones. La intervención se realizó con estudiantes de grado sexto, padres de familia y docentes de la Institución Educativa Divino Niño Cormal del Municipio de Quipama Boyacá. Para el diseño se hizo uso de una prueba piloto, encuestas, entrevistas y la utilización de la Matriz de Vester como herramientas que permitieron identificar, analizar e interpretar las causas que presentan mayor relevancia y las relaciones de influencia entre ellas. Con estos instrumentos se reconocieron las problemáticas que más aquejan el aprendizaje de las fracciones. Finalmente,

se diseñaron situaciones de 16 didácticas donde se plantearon 10 retos que tenían como escenario el entorno natural de los estudiantes. En fin, el uso del contexto permitió encontrar soluciones positivas al final del proceso.

Molina (2019) en su artículo “*Enseñanza de la fracción parte-todo, desde la resolución de problemas*”, se indica que el estudio de las fracciones es uno de los ejes temáticos que más dificultad presenta para los estudiantes, debido a que al abordarlo no se tiene en cuenta el contexto real, lo cual puede causar que este concepto en su relación parte-todo sea poco comprendido. Desde esta perspectiva, el artículo presenta resultados de un proyecto de investigación cuyo propósito es describir los alcances de una unidad didáctica que contribuya a la comprensión del concepto de fracción como parte de un todo a partir de las etapas de resolución de problemas propuestas por Polya (en el 1982), para los estudiantes de 4to de primaria de la Institución Educativa Antonio José Sandoval Gómez, de Tunja. Para el desarrollo de la investigación, se tomó en cuenta el enfoque cualitativo y el tipo de Investigación Acción propuesta porque brinda la posibilidad de reflexionar sobre la práctica diaria, a partir de la observación directa (diarios de campo) con el propósito de implementar estrategias adecuadas que permitan el aprendizaje de los estudiantes.

Eguía (2019) en su artículo “*La influencia del juego en la enseñanza de las fracciones en el nivel primaria*”, se dice que la educación es un proceso por el cual el individuo adquiere una serie de conocimientos, actitudes, habilidades que lo preparan para la vida diaria; lo cual empieza desde el hogar a través de las personas más cercanas, pero es la institución educativa donde se adquiere una educación más formal en la que el individuo debe adquirir aprendizajes significativos y desarrollar competencias que les permitan afrontar cualquier situación que se les presente, por lo que la profesión docente se enfrenta a retos y demandas.

Angulo y González (2019) en su artículo (y tesis doctoral) “*Juegos tradicionales: Una estrategia didáctica para fortalecer la conceptualización de las fracciones en grado sexto*”, se informa sobre una propuesta de enseñanza que centra su atención en un apoyo a la conceptualización de las fracciones a partir de una combinación de Lúdica y matemáticas escolares, utilizando algunos soportes teóricos de La Teoría de los Campos Conceptuales de Vergnaud (1982-1995); las interpretaciones del concepto de fracción desde algunos autores de la Educación Matemática: Obando, G. (2006), Llinares, S. (2003), entre otros. De estos referentes, se diseñaron e implementaron juegos tradiciones (Dominó, lotería, stop, escalera), con el fin de fortalecer las prácticas de enseñanza y aprendizaje y provocar reflexiones en los estudiantes. En el desarrollo de esta propuesta se destacó la importancia que tiene la comprensión del concepto de fracción, antes de aprender los algoritmos de sus operaciones, como también el significado de sus diferentes representaciones en situaciones que le den sentido al concepto que se quiere construir, dejando a un lado la mecanización de procesos y memorización de reglas. Ya en esta ocasión se menciona nuevamente la utilización de juegos, dando soporte a la gamificación, que es parte de lo que se utilizará en esta investigación.

Rodríguez y Ramírez (2020) en su artículo “*Contenidos de enseñanza de fracciones en 6to de primaria, México: Un análisis interconductual*”, tuvo por propósito analizar desde la taxonomía de Ribes y López (1985), los contenidos de la enseñanza de fracciones matemáticas en sexto grado de primaria. A partir de los aprendizajes esperados propuestos en los planes y programas para trabajar fracciones, además de realizarse una revisión del libro de desafíos matemáticos 6to grado, se identificaron los ejercicios que los estudiantes tienen que realizar al trabajar con el tema de fracciones. Posteriormente a la revisión, se clasificaron los contenidos de acuerdo con la taxonomía funcional. Partiendo de la idea que las matemáticas se deberían

trabajar desde niveles sustitutivos, al contar con su propio medio de contacto convencional, se pretendía encontrar actividades que promovieran dicho nivel de desligamiento funcional. Como principales resultados se encontraron: 1. Las actividades que promueven los libros no están de acuerdo con los aprendizajes esperados planteados en los planes y programas, 2. Las actividades en el libro de texto, así como los aprendizajes esperados resaltados en el plan y programa de estudios, corresponden a actividades de enseñanza y de aprendizaje de niveles más simples de desligamiento funcional de acuerdo con la taxonomía funcional asumida. Estas actividades en su mayoría de tipo procedimental, correspondería a un nivel de desligamiento de tipo suplementario.

Rodríguez y Navarrete (2020) en su artículo *“Influencia del conocimiento profundo del profesor sobre fracciones en el aprendizaje de alumnos de 4º. grado”*, tuvo como propósito de esta investigación es establecer en qué medida el conocimiento profundo del profesor sobre fracciones y el conocimiento sobre la enseñanza de las mismas, ajustados por el nivel socioeconómico y el nivel de conocimientos en matemáticas que se alcanza en las escuelas (SIMCE), influye en el aprendizaje de los alumnos en cuanto a la conceptualización de las fracciones en 4to. grado. Con información de 378 alumnos de 4to. grado de 9 escuelas, así como de sus respectivos profesores de matemáticas, los resultados de los análisis de regresión mostraron que el efecto Conocimiento Profundo del profesor es significativo en el aprendizaje por alumno ($p = 0.001$), más allá de lo explicado por el puntaje SIMCE del colegio, que también es significativo ($p = 0.02$).

Ríos-Cuesta (2021) en su artículo *“Aplicación de las representaciones gráficas y la visualización a la resolución de problemas con fracciones: una transición hacia el algoritmo”*, se presenta una investigación de tipo cualitativo-descriptivo, donde se buscó dar sentido a las

fracciones mediante el uso de representaciones gráficas; esta apuesta busca que los estudiantes comprendan el contexto del problema planteado y, a su vez, resignifiquen la noción de fracción y su concepción como operador. Se realizó el análisis y seguimiento de tres sesiones de clase y de las hojas de trabajo de un grupo de estudiantes de 12 años, que cursan séptimo grado en una institución educativa en el departamento del Chocó (Colombia), mediante un estudio de casos instrumental. Se promueve hacer la transición desde la representación gráfica hasta la construcción de los algoritmos para resolver problemas de aplicación. En dicho proceso, los estudiantes trabajaron en la comprensión de la tarea; sin embargo, algunos se resisten al cambio conceptual privilegiando el uso de algoritmos, sin comprender las implicaciones que tendrían si se requiere aplicar el resultado a una situación real. Los estudiantes se mueven entre el algoritmo y la representación, de acuerdo con lo que consideran óptimo para resolver la tarea. Se destaca el apoyo que ofrece la visualización del problema, en tanto fortalece su comprensión y facilita su abordaje con más herramientas conceptuales.

Sin embargo, Parra y Hernando (2021) en su artículo “*Implementación de un método gráfico para la enseñanza de las fracciones*”, nos dice que el aprendizaje de las fracciones sigue siendo un tema complejo de enseñar y por ende difícil de entender, debido en gran parte al método usado en la escuela. Este problema se presenta con mucha regularidad en todas las aulas de clase, y a pesar de que son variadas las estrategias para mejorar los procesos de aprendizaje, muchos maestros no cambian la manera de enseñarlas debido a que lo restringen a una sola representación, que es la numérica. Esta investigación propende por el uso de otro registro que puede ser más llamativo para el aprendizaje como es el gráfico empleando un software dinámico llamado GeoGebra que ayuda al proceso enseñanza-aprendizaje, despertando el interés y la

motivación de los estudiantes. Este artículo vuelve a dar soporte a esta investigación, con respecto a la gamificación, en la cual se empleará la herramienta Kahoot.

Freire, (et.al. 2021) en su artículo “*La Enseñanza de fracciones utilizando la metodología del aprendizaje basado en problemas*”, nos informa que “el razonamiento matemático puede considerarse esquemáticamente como el ejercicio de una combinación de dos factores, que se podría llamar intuición e ingenio” (Alan Turing). La utilización de material didáctico es una herramienta que los docentes deben manejar a diario y al relacionarlo con el aprendizaje basado en problemas ayuda a la obtención de un aprendizaje significativo. Construir material didáctico con los estudiantes en las horas de clases ofrece provecho ya que la participación de los estudiantes es participativa y colaborativa generando su propio conocimiento. El aprendizaje basado en problemas tiene sus inicios en la escuela de medicina de la Universidad de McMaster y se ha adaptado para varias áreas de estudio, en el presente trabajo se relaciona con el uso de papel brillante y fomix para la elaboración de material didáctico concreto de fácil manipulación generando un ambiente de clases activas y motivadoras en el aprendizaje de la matemática, especialmente en el tema de fracciones homogéneas y heterogéneas. Con la utilización de material didáctico propuesto, se logró un aprendizaje significativo y colaborativo entre los alumnos y docente en lo referente a fracciones, por lo cual este conocimiento se utilizó para desarrollar operaciones como sumas y restas de fracciones homogéneas y heterogéneas. El aprendizaje significativo ayuda a elaborar, plantear, consultar, resolver ejercicios y problemas, como complemento al ABP aplicado al aprendizaje de las fracciones homogéneas y heterogéneas y relacionarlos con el contexto real de los estudiantes. El aprendizaje significativo logrado con los alumnos en lo relacionado a números racionales se puede adaptar y aplicar a otros temas de la matemática y además también utilizarlo como punto de partida y ayuda para la introducción al

álgebra (informe de Estado, Boletín Oficial del, 2015). Aquí comienza un punto de partida con respecto a lo que se pretende investigar con respecto a la utilización de un Módulo didáctico del tema de fracciones, o sea, este artículo da soporte a lo que se quiere investigar.

Ochoa y Díaz (2021) en su artículo “*Implementación de una narrativa digital para facilitar el aprendizaje de fracciones en la escuela primaria*”, consistió como propósito en medir el impacto de una narrativa digital para facilitar el aprendizaje de fracciones en niños de escuela primaria. El trabajo tuvo un enfoque cuantitativo y se utilizó una muestra de tipo determinístico, integrada por 56 niños distribuidos en dos grupos, que realizaban sus estudios de 3º de educación primaria en el municipio de Durango, México. El método fue de tipo cuasi-experimental, mediante la aplicación de pretest y postest a un grupo experimental y un grupo control. El impacto de la narrativa digital se determinó con la prueba t de Student para muestras relacionadas y para muestras independientes. En el pretest, el grupo experimental demostró mayor dificultad en la resolución de problemas con contenido fraccional, en comparación con el grupo control. Luego de emplearse la narrativa digital, el grupo experimental mejoró su rendimiento en el postest, y no hubo diferencia significativa en la cantidad de reactivos contestados de manera correcta, con respecto al grupo control. Esto último indica un efecto positivo y significativo de la narrativa digital en el aprendizaje de fracciones.

Motrel (2022) en su artículo (y tesis doctoral) “*Numicon como material manipulativo en la enseñanza-aprendizaje de fracciones*”, desarrolla una propuesta de intervención en el aula utilizando un método didáctico basado en el material manipulativo Numicon para enseñar fracciones a los alumnos de primaria; teniendo en cuenta algunas aportaciones de la literatura matemática. La misma, se centra en la explicación de tres bloques fundamentales. El primero el concepto de fracción, diferenciar entre numerador o “partes tomadas” y denominador o “todo

dividido”, esta parte es la que genera más dificultades entre los alumnos. Además, se trabajaron los tipos de fracciones haciendo hincapié en impropias (números mixtos) e irreducibles. Y como tercer concepto, se profundizó en las fracciones mediante las operaciones; incluyendo la relación entre decimales y porcentajes. Para enseñar estos conceptos, el paso inicial consistió en desarrollar el material Numicon con elementos reciclados; elaborando los dados, las regletas de cartón y las formas Numicon del 1 al 10 con tapones de botellas. Luego, se realizó una sesión en el aula para introducir el trabajo más básico con el material manipulativo, es decir; contar, ordenar, hacer patrones y operaciones sencillas con Numicon. Una vez se familiarizó con el material, se llevaron a cabo dos actividades por sesión en la clase de matemáticas de cada punto del temario. Finalmente, se reforzó lo aprendido con más tareas que fomenten la participación, el trabajo en equipo, la creatividad y la necesidad de los niños de asociar desde la educación primaria las fracciones a su vida cotidiana.

Maldonado y Miranda (2022) en su artículo “*La enseñanza de fracciones a través de material concreto: una revisión bibliográfica*”, tuvo como propósito realizar una revisión bibliográfica como primer acercamiento a la matemática educativa y a la temática de la enseñanza de fracciones a través de material concreto. Como parte de la investigación, se realizó un cartel científico en donde se incluyeron apartados como introducción, delimitaciones de búsqueda, principales problemáticas en la enseñanza de fracciones, ¿para qué usamos el material concreto?, clasificación del material concreto, conclusiones y referencias. Al llevarse a cabo bajo un enfoque de revisión bibliográfica, fue pertinente concentrarse en la búsqueda de literatura en años de 2020 en adelante para así poder reportar lo más nuevo en la temática elegida. Lo anterior implicó que durante la revisión de documentos se descartaran algunos debido a que no cumplían con las características esperadas. Con respecto a las fracciones, se pudo encontrar que una de sus

complejidades es el dominio que existe de los números naturales y cómo, al pasar a las fracciones, confunden al alumno. Aunado a eso, vienen otras situaciones como la falta de comprensión del entero y de la fracción misma. En un intento de resolver dicha problemática, se presenta el material manipulable como una herramienta para que el docente sea capaz de comprender de mejor manera las estructuras mentales del alumno y que, a su vez, el estudiante pueda justificar mejor sus procesos. De esta forma, en el cartel se concluye la importancia de utilizar estos materiales como una herramienta para la construcción del aprendizaje.

Esta sección, con respecto a la enseñanza-aprendizaje de las fracciones nos confirma a través de todas las revisiones de los artículos mencionados anteriormente, que las fracciones, siguen siendo un problema de gran reto para los estudiantes. No obstante, es de gran importancia que se lleve a cabo la investigación en curso, para posteriormente ofrecer recomendaciones a los docentes con respecto al proceso de enseñanza-aprendizaje en las fracciones de diversas maneras para que los estudiantes puedan comprender las mismas.

Gamificación

Ordoñez, et. al. (2019) en su artículo “*Uso de la gamificación en la conceptualización de fracciones y proporciones dirigido a estudiantes de la fundación maun*”, describe un proyecto enfocado en mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de la vereda La Aguadita, particularmente en el área de matemáticas, a través de la implementación de juegos y actividades didácticas. El objetivo principal es fortalecer las habilidades lógico-matemáticas de los niños y jóvenes, abordando falencias específicas como la interpretación de fracciones, la representación gráfica de las mismas, y la diferenciación entre magnitudes proporcionales. Por tal razón, el proyecto propone la creación de una cartilla llamada Math Kids, que contiene actividades integradoras diseñadas para potenciar el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. A través

de juegos gamificados, se busca aumentar la motivación y el interés de los estudiantes por las matemáticas, mejorando tanto su rendimiento como su comportamiento en el aula. Los resultados preliminares muestran que la gamificación es una herramienta efectiva en el aula, ya que genera un ambiente interactivo donde los estudiantes pueden trabajar en equipo, reconocer sus fortalezas y desarrollar una actitud más positiva hacia las matemáticas. Además, la cartilla Math Kids se presenta como una estrategia pedagógica que no solo mejora la enseñanza de matemáticas, sino que también fomenta el desarrollo de habilidades clave en esta área. En fin, el proyecto demuestra que los juegos y actividades didácticas pueden ser una herramienta útil para motivar a los estudiantes, facilitar la comprensión de conceptos matemáticos y contribuir al desarrollo de habilidades cognitivas y sociales.

No obstante, Amores (2021) en su artículo *“Aplicación de la gamificación en la resolución de fracciones matemáticas con estudiantes de sexto año”*, afirma que su objetivo es diseñar e implementar estrategias de gamificación para mejorar la resolución de fracciones matemáticas entre los estudiantes de sexto grado en la Unidad Educativa Luis A. Martínez. El proyecto se enfoca en la necesidad de aplicar métodos innovadores que fomenten el aprendizaje y el interés en matemáticas, especialmente en la resolución de fracciones homogéneas y heterogéneas, ya que el método tradicional suele causar desinterés. La estrategia elegida fue la adaptación del juego Jeopardy, aplicado a la temática de fracciones. La metodología utilizada fue mixta, cualitativa y cuantitativa, y consistió en encuestas y entrevistas a los estudiantes para identificar sus preferencias y necesidades en cuanto a las estrategias de aprendizaje. Con base en los resultados obtenidos, se diseñó la guía de gamificación para trabajar las fracciones, que fue validada por la autoridad educativa. Los resultados de la aplicación de la guía de gamificación mostraron una mejora notable en el rendimiento académico de los estudiantes, reflejada tanto en

sus calificaciones como en su actitud positiva hacia el aprendizaje de las fracciones. Además, el uso de indicadores de rendimiento y la prueba estadística t-student confirmaron que los estudiantes mejoraron significativamente después de aplicar la estrategia. Las conclusiones de este estudio establecen que (1) Se diseñó una guía de gamificación basada en el juego Jeopardy, adaptada a los contenidos del bloque de fracciones según el currículo nacional, (2) La gamificación se considera una estrategia educativa eficaz, que fomenta el aprendizaje y permite a los docentes pasar de un enfoque tradicional a uno más participativo y entretenido, (3) Los estudiantes de sexto año mostraron una mejora significativa en su rendimiento, lo que fue confirmado por la prueba t-student y los indicadores de aprendizaje, (4) La guía validada ayuda a los estudiantes a desarrollar habilidades matemáticas, comprender conceptos y resolver operaciones de manera más eficiente. En fin, la aplicación de la estrategia de gamificación en la enseñanza de fracciones resultó ser una herramienta efectiva para mejorar el aprendizaje de los estudiantes, fomentando su interés y participación activa en el aula.

Ahora bien, con respecto a los juegos tecnológicos (específicamente Kahoot que es lo que se utilizará para esta investigación), Ulloa & Marentes (2018) en su artículo *“La integración de los dispositivos móviles. Kahoot! Una estrategia didáctica para la evaluación de matemáticas en el nivel superior (ingenierías)”* aborda una problemática actual en la educación: la percepción de la enseñanza como algo tedioso, aburrido y punitivo, en lugar de centrarse en el reconocimiento de logros y virtudes. Frente a esto, el uso de la tecnología se propone como una herramienta didáctica clave para innovar y mejorar el proceso educativo, especialmente en áreas como las matemáticas en ingeniería. El objetivo principal de esta investigación es aplicar la gamificación, utilizando la plataforma Kahoot, como una estrategia para el proceso de enseñanza-aprendizaje y evaluación en matemáticas, adaptándose a las características y necesidades de los estudiantes de

la Generación Z, quienes están acostumbrados a un entorno saturado de estímulos e información. Esta investigación es de enfoque cuantitativo y correlacional, con un diseño de dos grupos: uno experimental (que usó Kahoot) y otro de control. La investigación se centra en medir si las estrategias de evaluación actuales son adecuadas para los estudiantes de hoy y si la gamificación influye en su desempeño. Al aplicar la gamificación con Kahoot se han observado los siguientes efectos positivos en el proceso de aprendizaje: (1) Mayor motivación e interés en la unidad de aprendizaje, (2) Mayor grado de concentración durante las clases, (3) Mejores resultados académicos y (4) Incremento en la participación de los estudiantes. La gamificación, al adaptarse a las características de los jóvenes actuales, busca hacer el aprendizaje más participativo y significativo. Además, se destaca el uso de exámenes digitales a través de Kahoot, que no solo permiten evaluar conocimientos, sino también identificar competencias y generar un portafolio digital de evidencias que respalden el aprendizaje. Por otra parte, los alumnos han mostrado una respuesta positiva al uso de Kahoot destacando que la herramienta mejora su participación y atención en clase, lo que facilita la asimilación de los contenidos. Las evaluaciones inmediatas realizadas a los estudiantes revelaron que, en general, los estudiantes valoran la actividad como útil y motivadora. El artículo también menciona algunas limitaciones para el uso de dispositivos móviles en el aula, como: (1) Falta de conocimientos y habilidades tecnológicas de los docentes, (2) Miedo al uso de la tecnología por parte de los educadores, (3) Infraestructura insuficiente para soportar el uso de estas herramientas tecnológicas en el aula. Este artículo concluyó que la gamificación a través de herramientas como Kahoot ha demostrado ser una estrategia efectiva para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas, especialmente en la evaluación y motivación de los estudiantes. No obstante, para implementar estas tecnologías de

manera efectiva, es fundamental superar las barreras relacionadas con la capacitación docente y la infraestructura disponible.

Esta sección, con respecto al uso de la gamificación en las fracciones confirmó nuevamente a través de los artículos mencionados anteriormente, que es de gran importancia realizar la investigación en curso, para que los estudiantes logren comprender las mismas por medio de la motivación y que se tenga como meta que el estudiante ejecute proficientemente el concepto de fracciones y por ende, que logren buena ejecución en la sala de clases a lo largo del proceso en su vida estudiantil.

Matemática Realista

Callo (2015) en su artículo *“Situaciones didácticas como estrategia para resolver problemas de fracciones con estudiantes de sexto grado de educación primaria”*, realizó una investigación que tuvo como objetivo el diseño de situaciones didácticas para mejorar la resolución de problemas con fracciones en estudiantes de sexto grado de educación primaria. El estudio utilizó un método proyectivo con enfoque cualitativo, trabajando con una muestra de 34 estudiantes, 5 docentes, y personal administrativo (directora y subdirector). A través de entrevistas, cuestionarios y observación de campo, se identificaron dificultades de los estudiantes al resolver problemas con fracciones. La propuesta se basó en teorías y enfoques como la Matemática Realista de Hans Freudenthal, el método de resolución de problemas de George Polya, y el enfoque socioformativo de Sergio Tobón, entre otros. El resultado clave de la investigación era el diseño de actividades didácticas contextualizadas en situaciones vivenciales del entorno de los estudiantes, que se integran en secuencias didácticas. Estas actividades permiten una interacción dinámica entre los estudiantes, promoviendo un aprendizaje

significativo y funcional, y contribuyendo al desarrollo de competencias, habilidades, destrezas y actitudes que mejoran la resolución de problemas con fracciones.

Sin embargo, Murillo (2020) en su artículo “*Un estudio de casos con situaciones problemas enmarcadas en la Educación Matemática Realista para promover los significados del número fraccionario (cociente, medida y razón) en quinto grado de primaria*”, presentó una caracterización del papel de los significados de medida, cociente y razón en el aprendizaje de los números fraccionarios por parte de un grupo de estudiantes de quinto grado. La investigación se enmarcó dentro de la Educación Matemática Realista y exploró cómo estos significados promueven la comprensión de los números fraccionarios a través de diferentes niveles de matematización. El análisis se basó en tres componentes: curricular, discursivo y didáctico. El estudio se centró en las estrategias de resolución que emplearon los estudiantes al enfrentar un problema contextualizado relacionado con fracciones. La intervención se llevó a cabo en la Institución Educativa República de Venezuela, ubicada en el Distrito Especial de Buenaventura, y estuvo dirigida a estudiantes de grado 5º, lo cual se realizó en varias etapas. Primero, se diseñó una situación problema compuesta por cuatro actividades. Las tres primeras se centraron en los significados de medida, cociente y razón, respectivamente. La cuarta actividad incorporó interrogantes relacionados con estos significados y su relación con las fracciones. El trabajo se desarrolló en cuatro sesiones, con una duración de entre dos y tres horas cada una. Este enfoque permitió observar cómo los estudiantes interactuaron con los diferentes significados de los números fraccionarios, promoviendo una comprensión más profunda y contextualizada de las fracciones.

Esta sección, con respecto a la matemática realista confirmó que es de suma importancia realizar la investigación planteada desde el inicio, para que los estudiantes logren tener una

enseñanza que tenga como meta ejecutar proficientemente las mismas y por ende, que demuestre una buena ejecución en la sala de clases a lo largo del proceso en su vida estudiantil.

Por otra parte, Hernández, López, Quintero y Velázquez (2020) en su capítulo 16 “*The Influence of Realistic Mathematics Education Outside the Netherlands-The Case of Puerto Rico*” del libro titulado: “*International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education*” se describió el desarrollo y evolución de la Educación Matemática Realista (RME por sus siglas en inglés) en Puerto Rico, impulsada inicialmente por profesores de la Universidad de Puerto Rico en colaboración con equipos de Wisconsin University y el Instituto Freudenthal. Este esfuerzo resultó en la creación de materiales educativos adaptados al contexto puertorriqueño, comenzando con un currículo para primaria que luego se expandió al proyecto integral “*Las Matemáticas en Contexto en Puerto Rico*” (MeC-PR), el cual incluyó formación docente, implementación y actividades de investigación. La Educación Matemática Realista (RME por sus siglas en inglés) en Puerto Rico avanzó a través de etapas interconectadas de diseño, capacitación, implementación y análisis, dejando un impacto significativo en las prácticas educativas, documentos oficiales y proyectos de investigación. Estas fases fortalecieron tanto la calidad de los materiales como las estrategias pedagógicas utilizadas en el país, marcando un precedente en la innovación educativa en matemáticas.

Síntesis de la revisión de la literatura

Este capítulo presentó una revisión de literatura basada en el tema de estudio. Todas las revisiones de los artículos mencionados anteriormente, nos brinda información que nos confirma cuán importante es realizar la investigación, esto debido a que, a través de los años, las fracciones han sido un problema para los estudiantes y existen herramientas o métodos que

pueden ayudar a los estudiantes a comprender las mismas. Para eso el maestro debe lograrlo sin limitarse a los métodos tradicionales para enseñar las mismas, ya que las estrategias impartidas hacia el estudiante, logrará que los mismos tengan un buen aprendizaje de fracciones. Es por eso que el uso de la tecnología, en términos de la gamificación, al igual que un módulo didáctico en términos de la matemática realista son importantes para realizar una buena investigación con base a conocer si se mejora el proceso de enseñanza-aprendizaje de fracciones. Nuevamente, es por tal razón que es de suma importancia realizar la investigación en curso, para posteriormente ofrecer recomendaciones a los docentes con respecto a la enseñanza en las fracciones de diversas maneras para que los estudiantes logren comprender las mismas y por ende, que su aprendizaje se demuestre de manera proficiente en su ejecución en la sala de clases.

Capítulo III. Método

Este capítulo, consta de las siguientes secciones en su mismo orden: Diseño de investigación, participantes de investigación, instrumentos de medición o métodos para recopilar la información, procedimiento; y finalmente el análisis estadístico.

Diseño de investigación

La metodología que se utilizó para la investigación tuvo un enfoque cuantitativo, ya que según (Hernández Sampieri, et. al., 2006) el mismo representa un conjunto de procesos, lo cual es secuencial y probatorio. Así que, para estos fines, se utilizó un diseño de investigación cuasiexperimental, ya que se buscó el efecto de variables, específicamente entre tres grupos; un grupo **Control** y dos grupos **Experimentales A y B**

Participantes de investigación

Previo al estudio formal, se realizó un estudio piloto con 15 estudiantes de 13 a 16 años de edad del Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Ceiba (CROEC) de un grado superior (noveno grado) al del estudio formal, los cuales no participarán posteriormente de la investigación o estudio formal; esto se explica más adelante en la sección de validez y confiabilidad.

Ahora bien, la **población** para el estudio formal son todos los estudiantes de Puerto Rico que cursan el séptimo grado, cuyo número es 19,462 (Estadísticas del Departamento de Educación de Puerto Rico). La **muestra** fue constituida por 21 estudiantes de séptimo grado de la escuela primaria (intermedia) Carmen L. Feliciano Carreras del Municipio de Río Grande y fue conformada por tres (3) grupos de diferente tamaño. El primer grupo correspondió al grupo **Control** de 11 estudiantes, lo cual se le administró la enseñanza tradicional; el segundo grupo correspondió al grupo **Experimental A** de 4 estudiantes, lo cual se le administró la enseñanza

tradicional enriquecida con juegos tecnológicos por medio de la herramienta Kahoot; y el tercer grupo corresponde al grupo **Experimental B** de 6 estudiantes, lo cual se le administró la enseñanza tradicional enriquecida con ejemplos realistas por medio de un Módulo Didáctico de Fracciones. El criterio de inclusión para el estudio piloto fue ser estudiante de la escuela seleccionada para participar del mismo; esta es el Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Ceiba (CROEC). El criterio de inclusión para el estudio formal fue ser estudiante de séptimo grado de la escuela Carmen L. Feliciano Carreras del Municipio de Río Grande y ser del grupo seleccionado. No existieron criterios de exclusión, tanto para el estudio piloto como para el estudio formal.

No obstante, se especificó el consentimiento de las madres, padres o encargados y el asentimiento de los estudiantes participantes (por ser menores de edad) como también se especificó sobre la participación voluntaria. Es por tal razón que 11 madres, padres o encargados de los estudiantes que pertenecieron al grupo **Control** consintieron y los estudiantes asintieron en participar de la investigación. Por otra parte, 4 madres, padres o encargados de los estudiantes que pertenecieron al grupo **Experimental A** consintieron y los estudiantes asintieron en participar de la investigación. Y por último, 6 padres, madres o encargados de los estudiantes que pertenecieron al grupo **Experimental B** consintieron y los estudiantes asintieron en participar de la investigación. No obstante, por lo basado en lo anterior es que el tamaño de la muestra fue un total de 21 estudiantes. En fin, el método de selección de la muestra fue no probabilística, ya que se buscó el efecto entre variables y la misma correspondió a ser por conveniencia.

Por otro lado, las provisiones para garantizar la confidencialidad del estudio y la protección de los sujetos humanos o participantes del estudio se realizó conforme al cumplimiento con los códigos de ética, reglas, reglamentos, procedimientos, normas y políticas

aplicables de la Universidad Interamericana de Puerto Rico y el Departamento de Educación de Puerto Rico.

Instrumentos de medición o métodos para recopilar la información

Los instrumentos de medición que se utilizaron para controlar la variable aprendizaje son los siguientes: una preprueba y una posprueba. Estos instrumentos para la recopilación de datos fueron contruidos por el investigador y validados por tres (3) doctores expertos en contenido matemático. Ambas fueron la misma prueba y consistió de un total de quince (15) ejercicios. En estos instrumentos, se incluyó la descripción de los mismos en las que especificó que fue dirigido a estudiantes de séptimo grado, una breve explicación del propósito del estudio y se recalcó sobre la confidencialidad de los sujetos. El tiempo en que los estudiantes participantes tomaron en contestar cada prueba (Preprueba y Posprueba) fue de cuarenta y cinco (45) minutos.

Por otra parte, con respecto a la variable enseñanza, se utilizó un Módulo Didáctico de Fracciones creado por el investigador utilizando como referencia el libro de Pre-Álgebra (2013), ISBN: 9781604847642.00 de la casa editorial Santillana, donde se obtuvo la autorización de la Sra. Yamilet Soto Colom, Directora de Contenidos de Ediciones Santillana, Inc.; por lo cual se le dio crédito tanto a la Directora de Contenidos como al autor y colaboradores del texto. Dicho Módulo Didáctico de Fracciones fue contruido también por el investigador en la aplicación Kahoot. Ambos instrumentos para la enseñanza fueron validados también por los mismos tres (3) doctores expertos en contenido matemático que validaron los instrumentos anteriores.

Validez y confiabilidad

La validez, para (Hernández Sampieri, et. al., 2006), se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir y conduce a conclusiones válidas, en este caso, la enseñanza y aprendizaje en las fracciones. Se estima la validez como el hecho de

que una prueba sea de tal manera concebida, elaborada y aplicada y que mida lo que se propone medir. La validez de contenido del instrumento fue revisada por tres (3) doctores, expertos en contenido matemático, tanto en nivel universitario como del mismo Departamento de Educación de Puerto Rico. Se envió a los expertos para que validaran el instrumento y en función de sus observaciones se procedió hacer las debidas correcciones en cuanto al contenido, pertinencia, ambigüedad, redacción y otros aspectos que consideraron necesario realizar mejoras.

Al cumplirse este procedimiento, las observaciones y sugerencias de los expertos permitieron el rediseño del instrumento de medición, para luego someterlo a la confiabilidad. La confiabilidad de un instrumento de medición, para (Hernández Sampieri, et. al, 2006), se refiere al grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto produce resultados iguales. Para garantizar la confiabilidad del instrumento, se aplicó el instrumento a un grupo piloto de 15 estudiantes de 13 a 16 años de edad del Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Ceiba (CROEC) que cursan un grado superior (novenio grado) al del estudio formal. Luego de administrar el instrumento al grupo piloto, entonces se procedió a analizar y medir la confiabilidad mediante la herramienta de Kuder-Richardson (KR-21) lo cual arrojó un valor de 0.92, lo cual hizo que el instrumento tuviera muy buena consistencia para ser administrado en el estudio formal. En fin, luego de aplicar el instrumento a los 15 estudiantes que conformaron el grupo piloto y luego de medir la confiabilidad, los mismos fueron desechados, ya que no participaron en la muestra de la investigación.

Procedimiento

Para llevar a cabo el estudio, se especificaron los pasos a continuación:

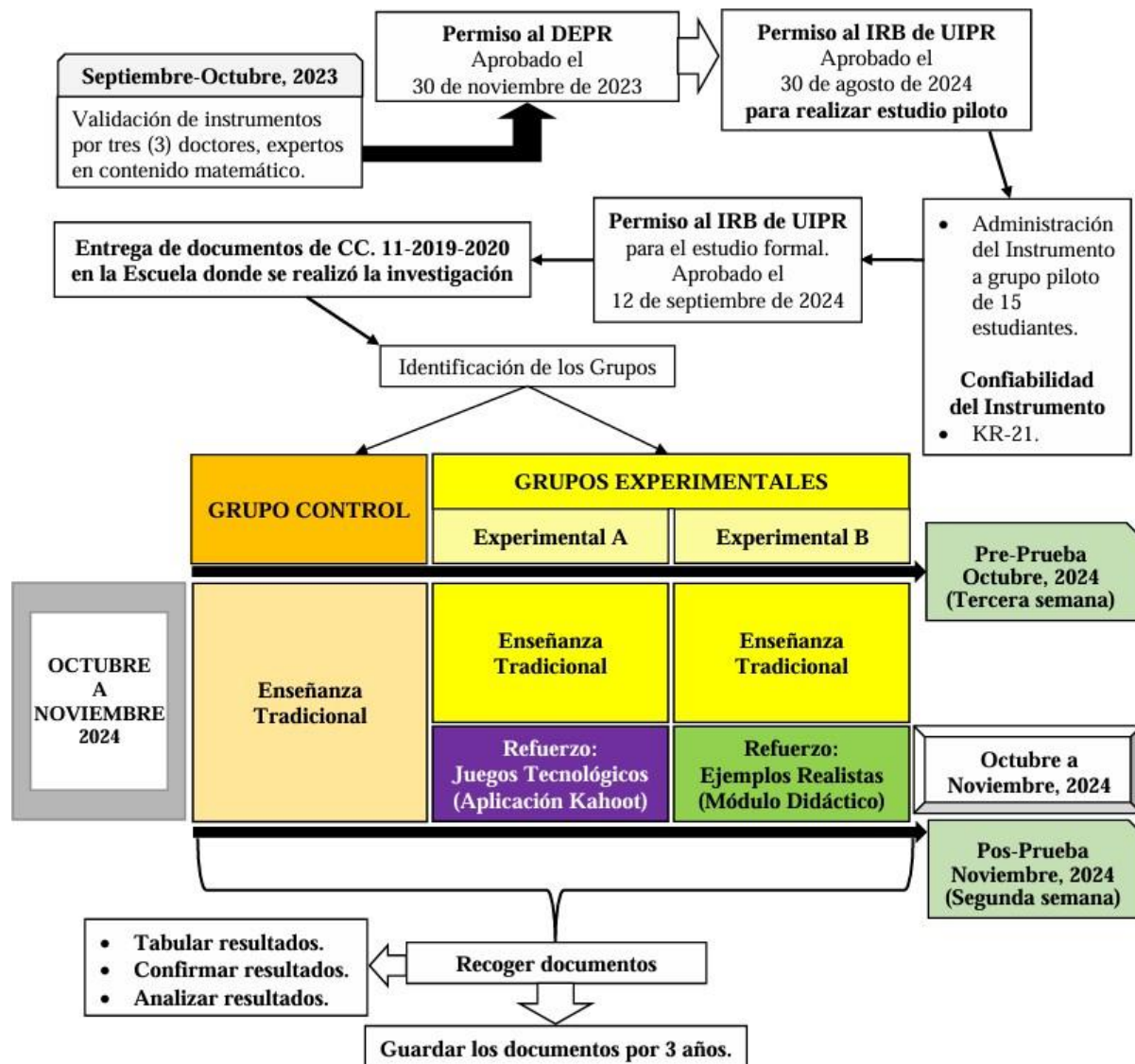
1. El investigador diseñó el instrumento de medición de variables, los cuales fueron validados por tres (3) doctores, expertos en contenido matemático.

- a. Se pidió permiso al director escolar del Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Ceiba (CROEC) para administrar el instrumento de pre-pos prueba a un grupo piloto de 15 estudiantes que cursan el noveno grado y se procedió a analizarlo mediante la herramienta de Kuder-Richardson (KR-21) para garantizar la confiabilidad del instrumento. Luego se procedió a desechar al grupo piloto, ya que no participaron en la muestra del estudio.
2. Se sometieron los documentos requeridos a la Junta de Revisión Institucional (IRB por sus siglas en inglés) del Departamento de Educación de Puerto Rico para solicitar permiso.
3. Se sometieron los documentos requeridos a la Junta de Revisión Institucional (IRB por sus siglas en inglés) de la Universidad Interamericana de Puerto Rico para solicitar permiso.
4. Se visitó la escuela y se entregó a los participantes los documentos requeridos establecidos en la Carta Circular Núm. 11-2019-2020, que son los siguientes: Carta de presentación para madres, padres o encargados; Carta de consentimiento informado para madres, padres o encargados; Carta de asentimiento para participantes menores de edad y Carta de colaboración para maestros. Se facilitó un sobre al maestro colaborador para que al finalizar el estudio entregara los documentos firmados y un sobre sellado para los instrumentos contestados, garantizando así la confidencialidad de las respuestas.
5. Se identificaron los tres (3) grupos de 21 estudiantes, los cuales fueron conformados por un grupo **Control** de dos grupos **Experimentales A y B**.
6. En la tercera semana del mes de octubre del año 2024, el maestro colaborador de matemáticas de séptimo grado administró el instrumento de Pre-Prueba a los tres (3) grupos participantes del estudio.

7. Para la cuarta semana del mes de octubre del año 2024, el maestro colaborador de matemáticas de séptimo grado reforzó el tema de fracciones a los grupos experimentales mediante la aplicación Kahoot para el grupo **Experimental A** y mediante un Módulo Didáctico de Fracciones para el grupo **Experimental B**. Este proceso se realizó en un espacio de 20 minutos de cada clase y tuvo una duración de 2 semanas, por lo cual, el mismo culminó la primera semana del mes de noviembre del año 2024.
8. Luego de los refuerzos, para la segunda semana del mes de noviembre del año 2024, el maestro colaborador de matemáticas de séptimo grado administró el instrumento de Pos-Prueba nuevamente a los tres (3) grupos participantes del estudio.
9. Se procedió a recoger los instrumentos. Luego se tabularon los resultados en Excel, seguido de SPSS y luego se confirmaron por medio de un recuento.
10. Se analizaron los resultados posteriormente a la prueba estadística. Los resultados se guardaron por un espacio de 3 años.

A continuación se presenta un flujograma que resume el procedimiento planteado anteriormente:

Figura V.
Flujograma del Procedimiento



Análisis Estadístico

Para los datos recopilados, el método que se utilizó para el análisis estadístico fue la Prueba H de Kruskal-Wallis para muestras independientes, ya que se compararán grupos con diferentes tamaños de muestras para conocer si existe diferencia significativa entre la enseñanza tradicional y la enseñanza innovadora (entiéndase Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas), en términos de si hubo mejores resultados en la enseñanza tradicional o en la enseñanza innovadora luego de administrar el instrumento de Pos-Prueba.

Para realizar el análisis estadístico, se utilizó el software SPSS y así responder las hipótesis y las preguntas de investigación con respecto a conocer si existe diferencia significativa entre las variables enseñanza y aprendizaje en fracciones. También, se presentan los resultados de la prueba de Kruskal-Wallis mediante diagramas de caja y bigote.

Finalmente se realizaron Pruebas Post-Hoc de comparación de rangos con la Prueba de Dunn para realizar la comparación por pares de grupos, ajustando los valores de p mediante la corrección de Bonferroni; esto con el fin de controlar el Error Tipo I. Dichas comparaciones se presentan mediante diagramas de nodos.

Capítulo IV. Resultados

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de la investigación sobre el efecto de los juegos tecnológicos y los ejemplos realistas en el aprendizaje de fracciones en estudiantes de séptimo grado. En primer lugar, se realizó el análisis de estadística descriptiva y en segundo lugar se realizará el análisis de estadística inferencial para responder a las siguientes preguntas de investigación: (1) ¿Existe diferencia significativa si se enriquece la enseñanza tradicional por medio de juegos tecnológicos?, (2) ¿Existe diferencia significativa si se enriquece la enseñanza tradicional por medio de ejemplos realistas?, y (3) ¿Existe diferencia significativa entre los efectos de los juegos tecnológicos y los ejemplos realistas en el aprendizaje de las fracciones?

Además, el análisis se orientó a probar las siguientes hipótesis:

H_0 : No existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje de fracciones por medio de los juegos tecnológicos.

H_1 : Existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje de fracciones por medio de los juegos tecnológicos.

H_0 : No existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje de fracciones por medio de ejemplos realistas.

H_1 : Existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje de fracciones por medio de ejemplos realistas.

H_0 : No existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje de fracciones por medio de juegos tecnológicos y por medio de ejemplos realistas.

H_1 : Existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje de fracciones por medio de juegos tecnológicos y por medio de ejemplos realistas.

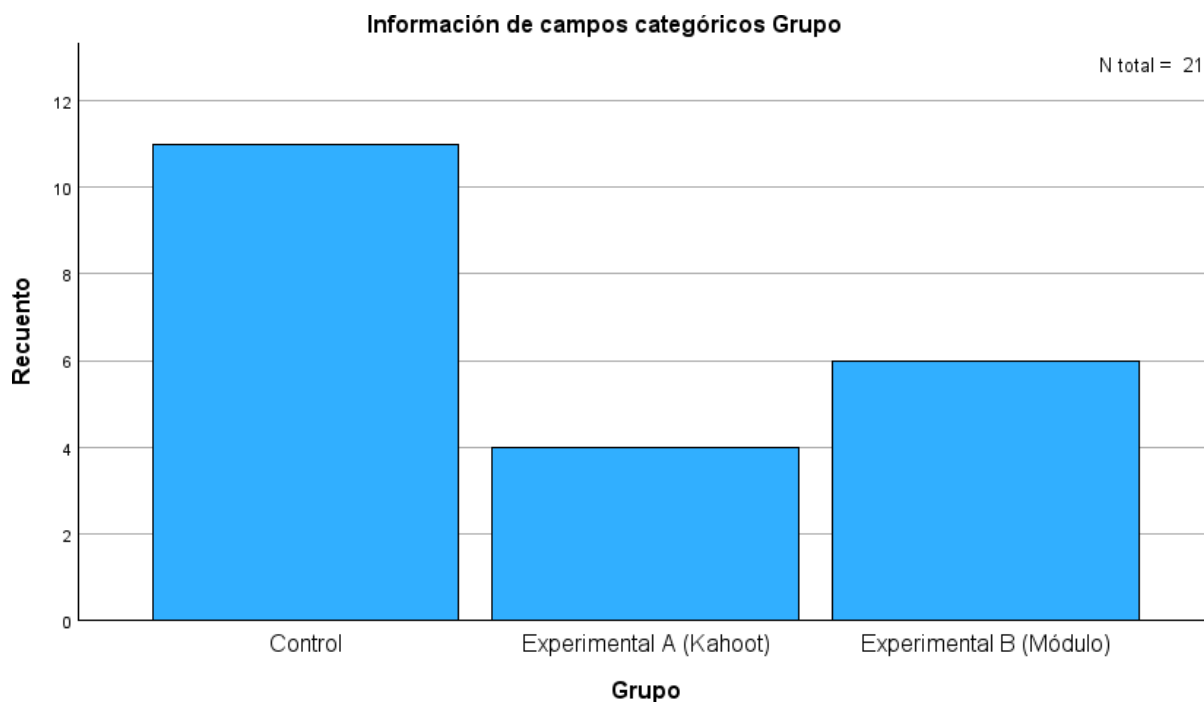
Análisis de Estadística Descriptiva

Presentación de la muestra

El estudio incluyó a 21 estudiantes de séptimo grado, distribuidos en tres grupos: un grupo **Control** de 11 estudiantes que recibieron la enseñanza tradicional, un grupo **Experimental A** de 4 estudiantes que recibieron la enseñanza tradicional con un refuerzo donde utilizaron juegos tecnológicos mediante la aplicación Kahoot y un grupo **Experimental B** de 6 estudiantes que recibieron la enseñanza tradicional con un refuerzo donde trabajaron con ejemplos realistas mediante un Módulo Didáctico de Fracciones. Cada grupo fue evaluado con una Pre-Prueba pretest y una Pos-Prueba para medir el conocimiento de fracciones antes y después de los tratamientos. En la siguiente gráfica de barras, se muestra la descripción anterior:

Gráfica III.

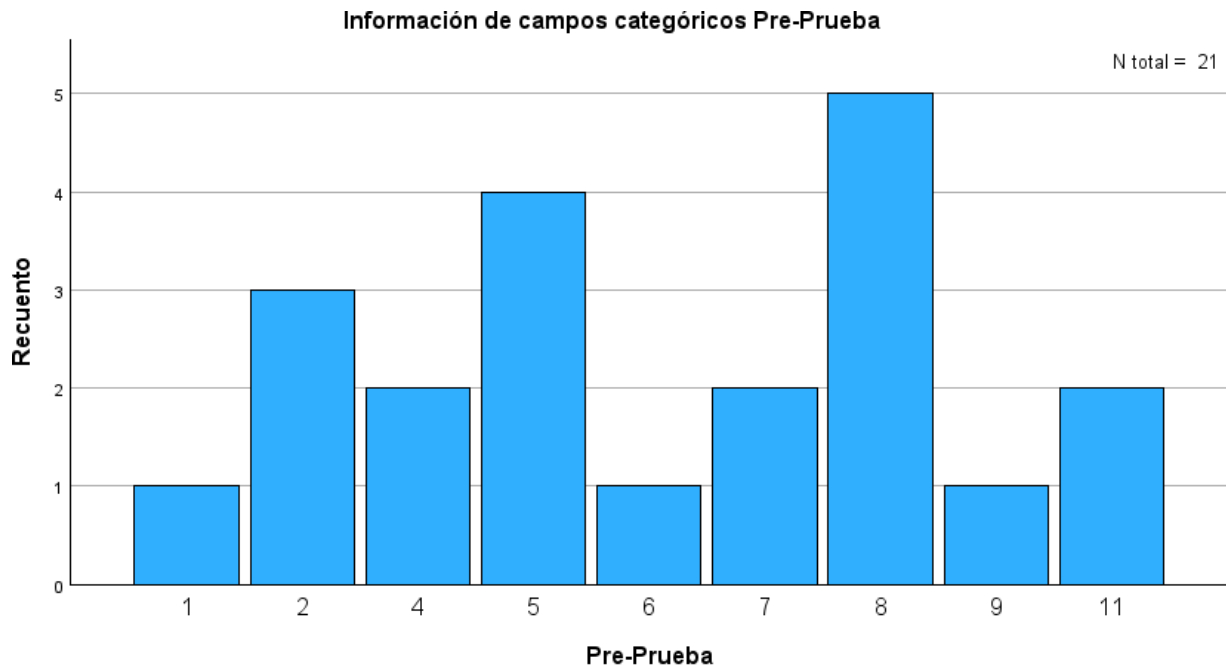
Información de campos categóricos Grupo



Las siguientes gráficas, muestran las frecuencias de los resultados obtenidos en la Pre-Prueba y en la Pos-Prueba:

Gráfica IV.

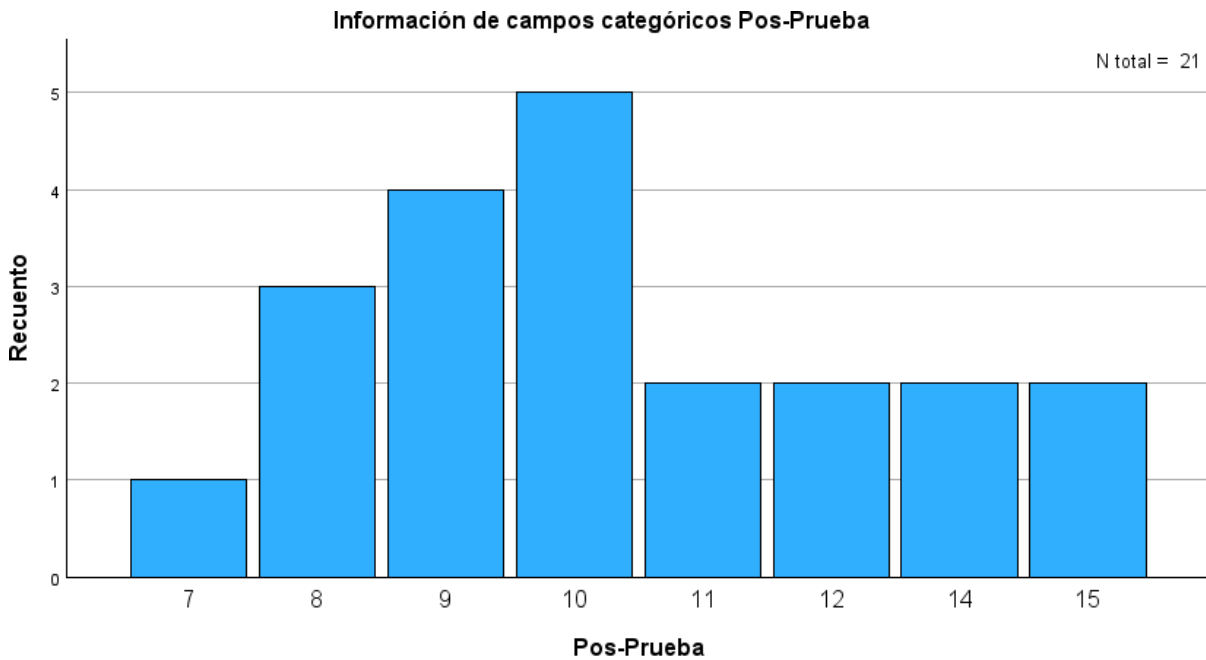
Información de campos categóricos Pre-Prueba



El campo Pre-Prueba es ordinal pero se trata como continuo en la prueba.

Gráfica V.

Información de campos categóricos Pos-Prueba



El campo Pos-Prueba es ordinal pero se trata como continuo en la prueba.

En las siguientes tablas a continuación, se muestran los resultados de las puntuaciones del Grupo Control (Enseñanza Tradicional) tanto en la Pre-Prueba como en la Pos-Prueba:

Tabla 1.
Resultados de Pre-Prueba (Grupo Control)

Sujetos	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	Item 14	Item 15	Suma
Sujeto 1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	9
Sujeto 2	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	7
Sujeto 3	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	8
Sujeto 4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	11
Sujeto 5	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	5
Sujeto 6	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	8
Sujeto 7	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
Sujeto 8	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	8
Sujeto 9	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	5
Sujeto 10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	11
Sujeto 11	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	8

Tabla 2.
Resultados de Pos-Prueba (Grupo Control)

Sujetos	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	Item 14	Item 15	Suma
Sujeto 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	13
Sujeto 2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	10
Sujeto 3	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	10
Sujeto 4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	12
Sujeto 5	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	9
Sujeto 6	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	11
Sujeto 7	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	7
Sujeto 8	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	9
Sujeto 9	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	8
Sujeto 10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	12
Sujeto 11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	11

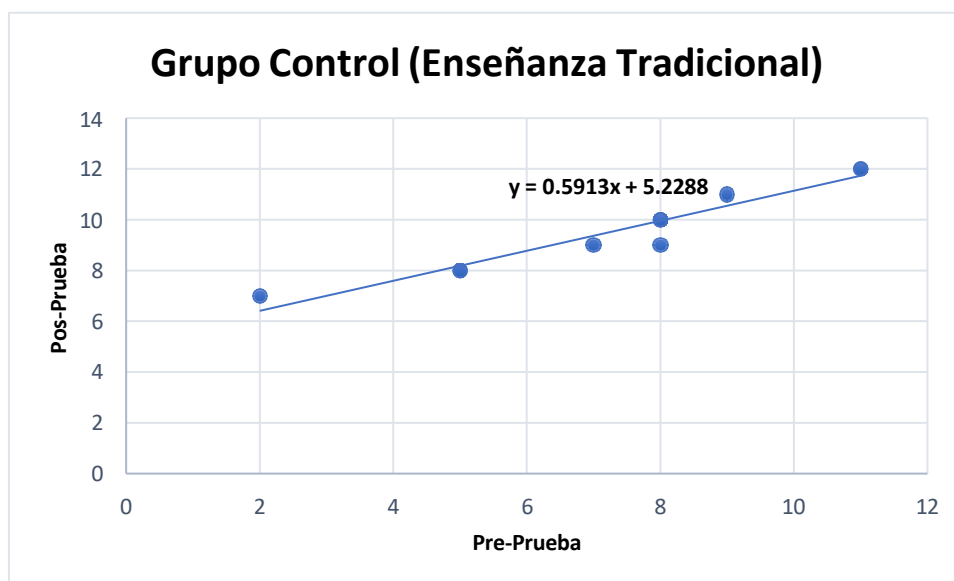
Como se puede apreciar, la Pre-Prueba y Pos-Prueba consta de 11 ítems, de los cuáles los ítems del 1 al 6 corresponde al tema de suma y resta de fracciones, los ítems del 7 al 10 corresponde al tema de multiplicación y división de fracciones; y finalmente, los ítems del 11 al 15 corresponde a ejercicios verbales de fracciones donde envuelve los temas anteriores. La representación de las tablas indican, que los números “cero” significa que el estudiante obtuvo la respuesta incorrecta, mientras que los números “uno” establece que el estudiante obtuvo la respuesta correcta.

A continuación, se presentan nuevamente los resultados del Grupo Control (Enseñanza Tradicional) mediante una tabla con una columna adicional que estipula el cambio que hubo entre la Pos-Prueba y la Pre-Prueba. Esto acompañado posteriormente de su diagrama de dispersión.

Tabla 3.
Cambio Pos-Pre (Grupo Control)

Sujetos	Pre	Pos	Cambio (Pos-Pre)
Sujeto 1	9	11	2
Sujeto 2	7	9	2
Sujeto 3	8	10	2
Sujeto 4	11	12	1
Sujeto 5	5	8	3
Sujeto 6	8	10	2
Sujeto 7	2	7	5
Sujeto 8	8	9	1
Sujeto 9	5	8	3
Sujeto 10	11	12	1
Sujeto 11	8	10	2

Gráfica VI.
Diagrama de Dispersión de Pre-Pos Prueba Grupo Control (Enseñanza Tradicional)



Basado en los resultados obtenidos, se evidencia claramente que hubo ganancia en los estudiantes en la Pos-Prueba en comparación con la Pre-Prueba, donde la ganancia fluctúa desde 1 punto de ganancia hasta 5 puntos de ganancia. Esto se demuestra en el diagrama de dispersión (a la derecha) donde la pendiente es positiva igual a 0.5913; lo que demuestra una ganancia de los estudiantes con respecto a la enseñanza tradicional.

En las siguientes tablas a continuación, se muestran los resultados de las puntuaciones del Grupo Experimental A (Kahoot) tanto en la Pre-Prueba como en la Pos-Prueba:

Tabla 4.
Resultados de Pre-Prueba (Grupo Experimental A: Kahoot)

Sujetos	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	Item 14	Item 15	Suma
Sujeto 1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	2
Sujeto 2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	4
Sujeto 3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	2
Sujeto 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1

Tabla 5.
Resultados de Pos-Prueba (Grupo Experimental A: Kahoot)

Sujetos	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	Item 14	Item 15	Suma
Sujeto 1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
Sujeto 2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	15
Sujeto 3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	14
Sujeto 4	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	11

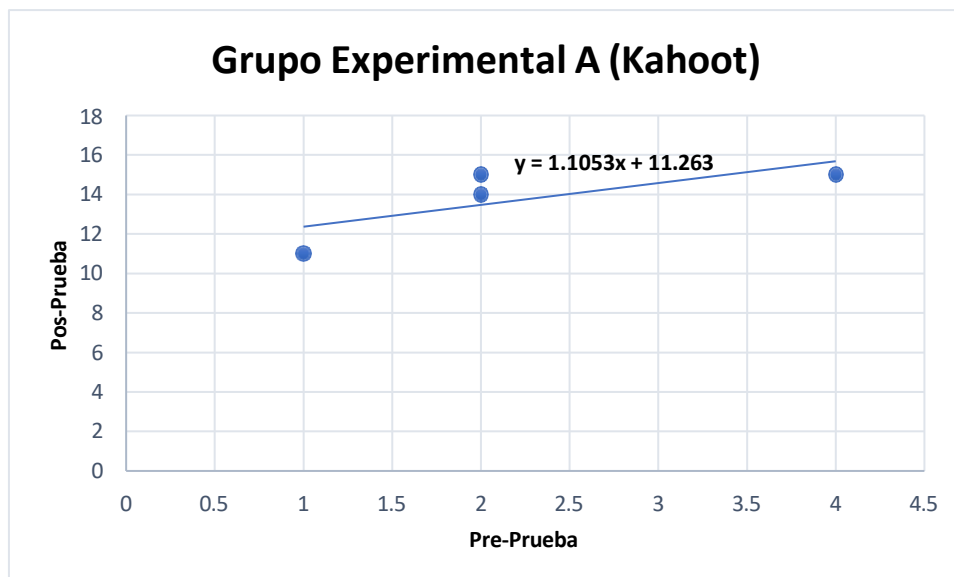
Como se puede apreciar, la Pre-Prueba y Pos-Prueba consta de 11 ítems, de los cuáles los ítems del 1 al 6 corresponde al tema de suma y resta de fracciones, los ítems del 7 al 10 corresponde al tema de multiplicación y división de fracciones; y finalmente, los ítems del 11 al 15 corresponde a ejercicios verbales de fracciones donde envuelve los temas anteriores. La representación de las tablas indican, que los números “cero” significa que el estudiante obtuvo la respuesta incorrecta, mientras que los números “uno” establece que el estudiante obtuvo la respuesta correcta.

A continuación, se presentan nuevamente los resultados del Grupo Experimental A (Kahoot) mediante una tabla con una columna adicional que estipula el cambio que hubo entre la Pos-Prueba y la Pre-Prueba. Esto acompañado posteriormente de su diagrama de dispersión.

Tabla 6.
Cambio Pos-Pre (Grupo Experimental A: Kahoot)

Sujetos	Pre	Pos	Cambio (Pos-Pre)
Sujeto 1	2	15	13
Sujeto 2	4	15	11
Sujeto 3	2	14	12
Sujeto 4	1	11	10

Gráfica VII.
Diagrama de Dispersión de Pre-Pos Prueba Grupo Experimental A (Kahoot)



Basado en los resultados obtenidos, nuevamente se evidencia claramente que hubo ganancia en los estudiantes en la Pos-Prueba en comparación con la Pre-Prueba, donde la ganancia fluctúa desde 10 puntos de ganancia hasta 13 puntos de ganancia. Esto se demuestra en el diagrama de dispersión (a la derecha) donde la pendiente es también positiva igual a 1.1053; o sea, casi el doble de la pendiente del Grupo Control; lo que demuestra una ganancia de los estudiantes con respecto a la utilización de Kahoot.

En las siguientes tablas a continuación, se muestran los resultados de las puntuaciones del Grupo Experimental B (Módulo Didáctico) tanto en la Pre-Prueba como en la Pos-Prueba:

Tabla 7.

Resultados de Pre-Prueba (Grupo Experimental B: Módulo Didáctico)

Sujetos	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	Item 14	Item 15	Suma
Sujeto 1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	8
Sujeto 2	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	6
Sujeto 3	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	4
Sujeto 4	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
Sujeto 5	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5
Sujeto 6	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	7

Tabla 8.

Resultados de Pos-Prueba (Grupo Experimental B: Módulo Didáctico)

Sujetos	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10	Item 11	Item 12	Item 13	Item 14	Item 15	Suma
Sujeto 1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	8
Sujeto 2	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	10
Sujeto 3	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	9
Sujeto 4	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	9
Sujeto 5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	11
Sujeto 6	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	10

Como se puede apreciar, la Pre-Prueba y Pos-Prueba consta de 11 ítems, de los cuáles los ítems del 1 al 6 corresponde al tema de suma y resta de fracciones, los ítems del 7 al 10 corresponde al tema de multiplicación y división de fracciones; y finalmente, los ítems del 11 al 15 corresponde a ejercicios verbales de fracciones donde envuelve los temas anteriores. La representación de las tablas indican, que los números “cero” significa que el estudiante obtuvo la respuesta incorrecta, mientras que los números “uno” establece que el estudiante obtuvo la respuesta correcta.

A continuación, se presentan nuevamente los resultados del Grupo Experimental B (Módulo Didáctico) mediante una tabla con una columna adicional que estipula el cambio que hubo entre la Pos-Prueba y la Pre-Prueba. Esto acompañado posteriormente de su diagrama de dispersión.

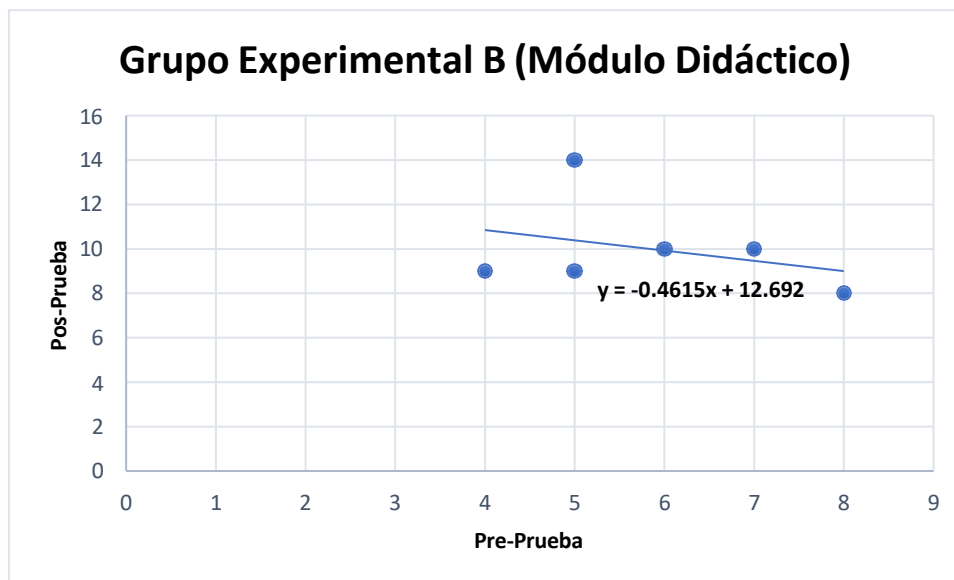
Tabla 9.

Cambio Pos-Pre (Grupo Experimental B: Módulo Didáctico)

Sujetos	Pre	Pos	Cambio (Pos-Pre)
Sujeto 1	8	8	0
Sujeto 2	6	10	4
Sujeto 3	4	9	5
Sujeto 4	5	9	4
Sujeto 5	5	14	9
Sujeto 6	7	10	3

Gráfica VIII.

Diagrama de Dispersión de Pre-Pos Prueba Grupo Experimental B (Módulo Didáctico)



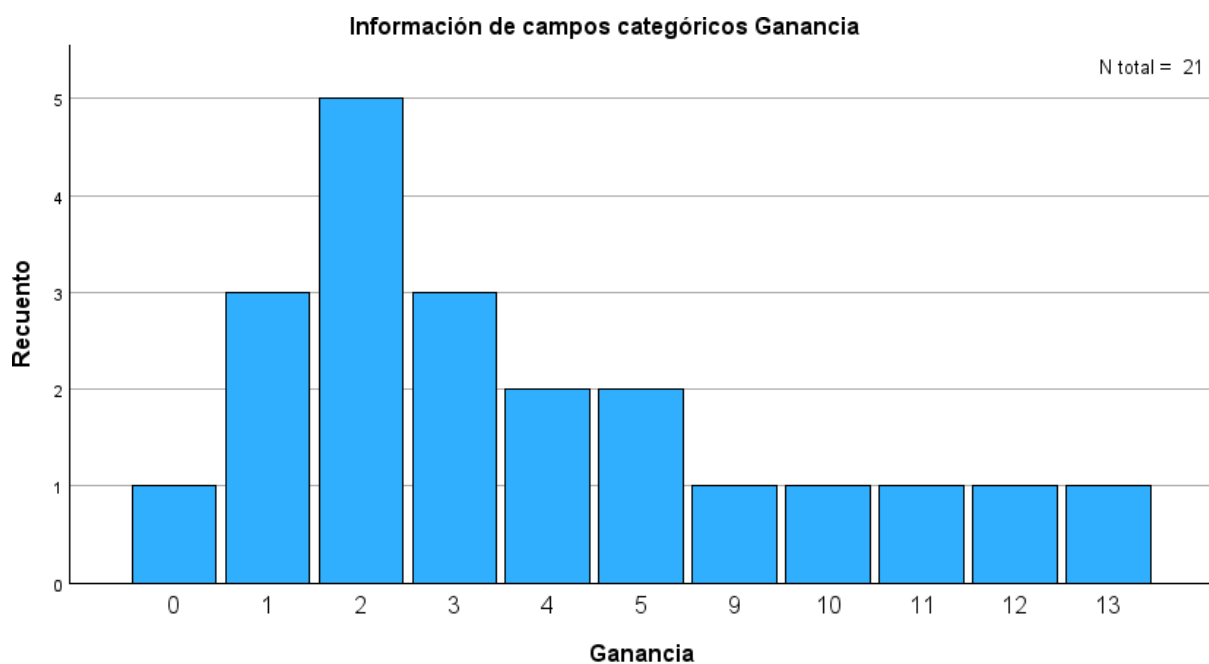
Basado en los resultados obtenidos, en esta ocasión observamos que aunque hubo ganancia en la mayoría de los estudiantes, solo hubo un estudiante (Sujeto 1) que no tuvo ganancia en la Pos-Prueba en comparación con la Pre-Prueba, ya que obtuvo el mismo resultado tanto en la Pre-Prueba como en la Pos-Prueba. No obstante, la ganancia de los otros cinco estudiantes fluctúa desde 3 puntos de ganancia hasta 9 puntos de ganancia. Esto se demuestra en el diagrama de dispersión (a la derecha) donde la pendiente es negativa igual a -0.46151. Ya en esta ocasión, el estudiante que no tuvo ganancia fue lo que provocó que la pendiente fuera

negativa. Ahora bien, si comparamos la ganancia del Grupo Experimental B (Módulo Didáctico) con la ganancia del Grupo Experimental A (Kahoot), se afirma que el Kahoot fue más efectivo que el Módulo Didáctico.

La siguiente gráfica, muestra las frecuencias de la ganancia entre los tres grupos luego de tomar la Pos-Prueba:

Gráfica IX.

Información de campos categóricos Ganancia entre Grupo



El campo Ganancia es ordinal pero se trata como continuo en la prueba.

Esta gráfica da una visión de cómo están distribuidos los valores de Ganancia.

Observamos que la mayoría de los datos se concentran en valores bajos (Entre 0 a 5), mientras que hay menos observaciones en los valores más altos (mayores a 5). Esto indica una distribución sesgada hacia los valores más pequeños. Ahora bien, para ser más específico con respecto a estas distribuciones, se indica lo siguiente:

- **Valores entre 0 a 5:** Están distribuidos tanto para el Grupo Control (Enseñanza Tradicional) como para el Grupo Experimental B (Módulo Didáctico).

- **Valores mayores que 5:** Esta distribución corresponde al Grupo Experimental A (Kahoot).

En resumen, se confirma que la mayor ganancia la tuvo los que utilizaron Kahoot, afirmando que el mismo es más efectivo que el Módulo Didáctico.

Análisis de Estadística Inferencial

Prueba H de Kruskal-Wallis con respecto a la Ganancia

Antes de entrar a la Prueba H de Kruskal-Wallis para la Pre-Prueba y Pos-Prueba, primeramente se analizó la ganancia de los estudiantes. A continuación, se detalla lo siguiente:

Tabla 10.

Resumen de contrastes de hipótesis (Prueba H de Kruskal-Wallis con respecto a Ganancia)

	Hipótesis nula	Prueba	Sig. ^{a,b}	Decisión
1	La distribución de Ganancia es la misma entre categorías de Grupo.	Prueba de Kruskal-Wallis para muestras independientes	.003	Rechace la hipótesis nula.

a. El nivel de significación es de .050.

b. Se muestra la significancia asintótica.

La tabla muestra los resultados de una prueba de hipótesis relacionada con la variable Ganancia y su comparación entre las categorías Grupo. A continuación, se detalla lo siguiente:

- **Hipótesis nula (H_0):** La distribución de la variable Ganancia es la misma entre las categorías de la variable Grupo (Control, Experimental A, Experimental B).
- **Prueba estadística utilizada:** Prueba de Kruskal-Wallis para muestras independientes, lo cual es una prueba no paramétrica utilizada para comparar tres o más grupos en términos de su distribución cuando no se asume normalidad en los datos.
- **Resultados:**
 - Nivel de significación (α): 0.05.
 - Sig. (p-valor): 0.003.
- **Decisión:** Como el valor de p es menor que 0.05, se rechaza la hipótesis nula.

- **Conclusión:** La prueba indicó que hay diferencias significativas en la distribución de Ganancia entre las categorías de Grupo. Esto indicó que los grupos (Control, Experimental A y Experimental B) no tienen distribuciones similares para la variable Ganancia, y al menos uno de los grupos es diferente.

Tabla 11.

Resumen de prueba Kruskal-Wallis de muestras independientes (Ganancia entre Grupo)

N total	21
Estadístico de prueba	11.547 ^a
Grado de libertad	2
Sig. asintótica (prueba bilateral)	.003

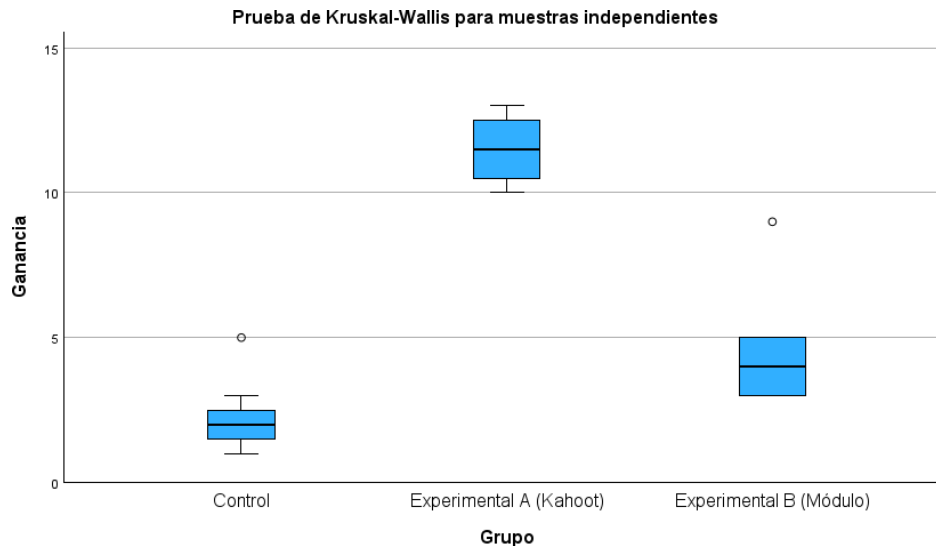
a. Las estadísticas de prueba se ajustan para empates.

Aquí se muestran los datos principales del resumen, con la siguiente información:

- Tamaño total de la muestra (N total): Hay 21 observaciones en total, distribuidas entre los diferentes grupos.
- Estadístico de prueba: El valor del estadístico de prueba Kruskal-Wallis es igual a 11.547, ajustado para empates.
- Grados de libertad: Hay 2 grados de libertad, que corresponden al número de grupos $k=3$ menos uno ($k = 3 - 1$).
- Significancia asintótica (bilateral): El valor de p es 0.003. Esto indica el nivel de evidencia en rechazo de la hipótesis nula.
- Interpretación del resultado: Como $p < 0.05$, se rechaza la hipótesis nula.
- Conclusión: Existen diferencias significativas en la distribución de Ganancia entre los tres grupos (Control, Experimental A y Experimental B). Esto implica que al menos uno de los grupos tiene una distribución diferente en comparación con los demás.

Gráfica X.

Diagrama de Cajas y Bigotes (Prueba H de Kruskal-Wallis) Ganancia entre grupos



Por otra parte, todo se sustenta con el diagrama de cajas y bigotes anterior. No obstante, este diagrama, se explica de la siguiente manera: En el eje de la abscisa (eje horizontal) se encuentran los tres (3) grupos, mientras que en el eje de la ordenada (eje vertical) se encuentran las ganancias obtenidas luego de tomar la Pos-Prueba. Ahora bien, con respecto a los elementos del diagrama, los mismos se explican de la siguiente manera:

- La línea dentro de la caja representa la mediana.
- La caja representa el rango intercuartil (percentil 25 al percentil 75).
- Los bigotes representan los valores máximos y mínimos (excluyendo los valores atípicos).
- Los puntos fuera de los bigotes representan los valores atípicos.

Sin embargo, este análisis no especifica entre qué grupos están las diferencias. Es por tal razón que se requiere un análisis post-hoc (como Dunn con corrección de Bonferroni) para comparaciones por pares. A continuación, se observan las comparaciones:

Tabla 12.*Comparaciones por parejas de Grupo (Ganancia)*

Sample 1-Sample 2	Estadístico de prueba	Error estándar	Estadístico de prueba estándar	Sig.	Sig. ajust. ^a
Control-Experimental B (Módulo)	-4.508	3.118	-1.446	.148	.445
Control-Experimental A (Kahoot)	-12.091	3.587	-3.370	<.001	.002
Experimental B (Módulo)-Experimental A (Kahoot)	7.583	3.966	1.912	.056	.168

Cada fila prueba la hipótesis nula que las distribuciones de la Muestra 1 y la Muestra 2 son iguales. Se muestran las significaciones asintóticas (pruebas bilaterales). El nivel de significación es de .050.

a. Los valores de significación se han ajustado mediante la corrección Bonferroni para varias pruebas.

En los resultados de la tabla anterior, se presentan los resultados de comparaciones por parejas entre los diferentes grupos, con sus correspondientes estadísticas de prueba, errores estándar, el valor de significación. (valor p), y valores ajustados de significación mediante la corrección de Bonferroni. A continuación, se ofrece el análisis de los resultados para cada una de las comparaciones:

Control vs. Experimental B (Módulo)

- Estadístico de prueba: -4.508.
- Error estándar: 3.118.
- Estadístico de prueba estándar: -1.446.
- Sig. (valor p): 0.148.
- Sig. ajustada: 0.445.
- **Interpretación:** El valor de p no es significativo ni antes ni después de la corrección de Bonferroni ($p > 0.05$). Esto sugiere que no hay una diferencia significativa entre el Grupo Control y el Grupo Experimental B (Módulo).

Control vs. Experimental A (Kahoot)

- Estadístico de prueba: -12.091.
- Error estándar: 3.587.
- Estadístico de prueba estándar: -3.370.
- Sig. (p valor): < 0.001.
- Sig. ajustada: 0.002.
- Interpretación: Este valor de p es muy pequeño, tanto antes como después de la corrección de Bonferroni ($p < 0.05$), lo que indica una diferencia significativa entre el Grupo Control y el Grupo Experimental A (Kahoot). La diferencia es estadísticamente significativa.

Experimental B (Módulo) vs. Experimental A (Kahoot)

- Estadístico de prueba: 7.583.
- Error estándar: 3.966.
- Estadístico de prueba estándar: 1.912.
- Sig. (p valor): 0.056.
- Sig. ajustada: 0.168.
- Interpretación: El valor de p no es significativo ni antes ni después de la corrección de Bonferroni ($p > 0.05$). Esto sugiere que no hay una diferencia estadísticamente significativa entre el Grupo Experimental B (Módulo) y Grupo Experimental A (Kahoot).

En resumen, la única diferencia estadísticamente significativa se encuentra entre el Grupo Control y el Grupo Experimental A (Kahoot), lo que indica que los dos grupos se comportan de manera diferente. Las otras comparaciones (Grupo Control vs. Grupo Experimental B y Grupo Experimental A vs. Grupo Experimental B) no muestran diferencias significativas. Este análisis

se basa en los valores de significación, y es importante recordar que la corrección de Bonferroni se ha aplicado para controlar el error tipo I debido a las múltiples pruebas.

Gráfica XI.

Diagrama de Nodos (Comparaciones por parejas de Grupo) Ganancia

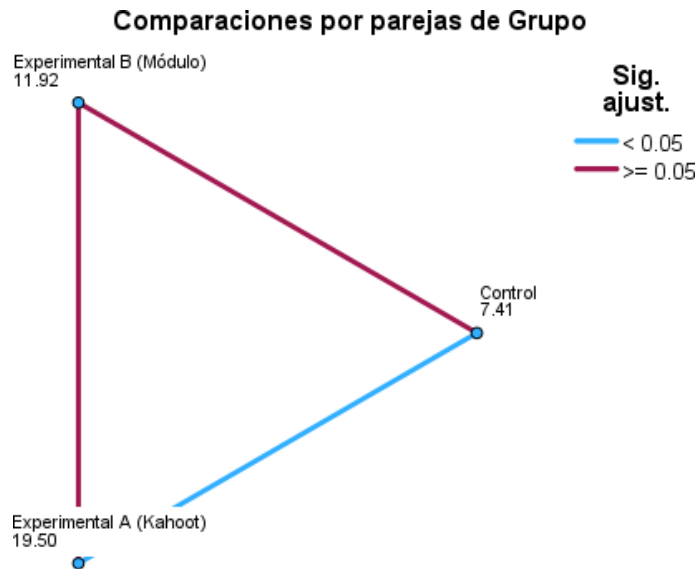


Gráfico de Nodos para Comparaciones por parejas de Grupo

- **Nodos:** Representan los grupos Control, Experimental A (Kahoot) y Experimental B (Módulo). Cada nodo muestra el rango promedio de las puntuaciones de ganancia de cada grupo correspondiente.
- **Conexiones de líneas:** Representan las comparaciones entre los grupos después de un ajuste:
 - Línea azul: La diferencia es significativa, ya que $p < 0.05$.
 - Línea roja: La diferencia no es significativa, ya que $p \geq 0.05$.
- **Rango promedio:** El rango más bajo (como el del grupo Control) obtienen un desempeño diferente o menor en comparación con los demás grupos.
 - Grupo Control: Rango promedio de 7.41.
 - Grupo Experimental A (Kahoot): Rango promedio de 19.50.
 - Grupo Experimental B (Módulo): Rango promedio de 11.92.

- **Interpretación:**

- El Grupo Experimental A (Kahoot) tiene el rango promedio más alto igual a 19.50, seguido por el Grupo Experimental B (Módulo) igual a 11.92, y finalmente el Grupo Control igual a 7.41.
- La diferencia entre el Grupo Experimental A (Kahoot) y el Grupo Control es estadísticamente significativa, como lo indica la línea color azul.
- La diferencia entre el Grupo Experimental B (Módulo) y el Grupo Control no es significativa, indicada por la línea color roja.
- La diferencia entre los Grupos Experimentales A y B (Kahoot y Módulo) tampoco es significativa, indicada por la línea color roja.

En resumen, el uso de la herramienta Kahoot (Grupo Experimental A) tuvo un impacto significativamente diferente en comparación con el Grupo Control, mientras que el Módulo (Grupo Experimental B) no muestra una diferencia significativa respecto al Grupo Control.

Prueba H de Kruskal-Wallis con respecto a la Pre y Pos-Prueba

Luego de observar los resultados de las ganancias de los estudiantes mediante la prueba H de Kruskal-Wallis en SPSS, se realizó nuevamente la Prueba H de Kruskal-Wallis en SPSS para la Pre y Pos-Prueba. No obstante, a continuación se muestran los resultados obtenidos:

Tabla 13.

Estadísticos descriptivos de la Prueba H de Kruskal-Wallis (Pre-Pos Prueba)

	N	Media	Desv. estándar	Mínimo	Máximo	Percentiles		
						25	50 (Mediana)	75
Pre-Prueba	21	6.00	2.881	1	11	4.00	6.00	8.00
Pos-Prueba	21	10.52	2.358	7	15	9.00	10.00	12.00
Grupo	21	1.76	.889	1	3	1.00	1.00	3.00

De acuerdo con la tabla de estadísticos descriptivos de SPSS, en la misma se presentan los resultados de las variables: Pre-Prueba, Pos-Prueba y Grupo, evaluadas en una muestra de 21 participantes ($N = 21$). A continuación, te explica lo que refleja cada dato:

- N: Indica el número de observaciones (21 para cada caso).
- Media: Representa el promedio de los valores en cada variable:
 - Pre-Prueba: 6.00.
 - Pos-Prueba: 10.52 (mayor que en la Pre-Prueba, lo que existe una mejora).
 - Grupo: 1.76
- Desv. estándar: Es una medida de dispersión que indica cuánto varían los datos respecto a la media. En este caso se muestra lo siguiente:
 - Pre-Prueba: 2.881, lo cual hubo mayor dispersión que en la Pos-Prueba.
 - Pos-Prueba: 2.358.
 - Grupo: 0.889 (menor dispersión, indicando que los datos son más consistentes).
- Mínimo y Máximo: Los valores más pequeños y grandes observados:
 - Pre-Prueba: Entre 1 y 11.
 - Pos-Prueba: Entre 7 y 15 (un rango más elevado).
 - Grupo: Entre 1 y 3, esto es debido a que cada grupo se etiqueta con una numeración, o sea, el grupo Control se le asignó el número 1, al grupo Experimental A se le asignó el número 2 y al grupo Experimental B se le asignó en número 3.
- Percentiles:
 - 25%: Valor por debajo del cual se encuentra el 25% de los datos.
 - 50% (Mediana): Valor central de los datos.

- 75%: Valor por debajo del cual se encuentra el 75% de los datos.

En este caso, en la Pre-Prueba, el 50% de los datos se encuentra en 6, mientras que en la Pos-Prueba, sube a 10, lo que se evidencia una mejora.

Interpretación general de la tabla de Estadísticos descriptivos

Los resultados sugieren un incremento en las puntuaciones de la Pos-Prueba en comparación con la Pre-Prueba, evidenciado por el aumento de la media y los percentiles. Esto podría interpretarse como una mejora en el desempeño o la variable medida. La menor desviación estándar en la Pos-Prueba indica que las puntuaciones están menos dispersas, lo que podría significar una mayor consistencia en los resultados después de los tratamientos.

Prueba H de Kruskal-Wallis con respecto a la Tabla de los Rangos

Tabla 14.

Rangos de la Prueba H de Kruskal-Wallis (Pre-Pos Prueba)

	Grupo	N	Rango promedio
Pre-Prueba	Control	11	14.23
	Experimental A (Kahoot)	4	3.13
	Experimental B (Módulo)	6	10.33
	Total	21	
Pos-Prueba	Control	11	9.14
	Experimental A (Kahoot)	4	18.50
	Experimental B (Módulo)	6	9.42
	Total	21	

En esta tabla se presentan los rangos promedio de diferentes grupos (Control, Experimental A y Experimental B) en las fases Pre-Prueba y Pos-Prueba. Los hallazgos más relevantes son los siguientes:

1. Pre-Prueba

- **Grupo Control** (N = 11): Fue el Rango promedio más alto con un total de 14.23, lo que indica que los participantes de este grupo tenían inicialmente las puntuaciones más altas en comparación con los otros grupos.

- **Experimental A** (Kahoot, N = 4): Fue el Rango promedio más bajo con un total de 3.13, lo que indica que este grupo empezó con las puntuaciones más bajas antes de la intervención.
- **Experimental B** (Módulo, N = 6): Fue el Rango promedio intermedio con un total de 10.33, lo que indica que los participantes de este grupo se ubicaron en un punto medio entre los otros dos grupos.

2. Pos-Prueba

- **Grupo Control** (N = 11): Su Rango promedio disminuye a 9.14, lo que indica, que este grupo no mostró una mejora significativa en comparación con los grupos experimentales.
- **Experimental A** (Kahoot, N = 4): Su Rango promedio sube significativamente a 18.50, lo cual este incremento notable sugiere que los participantes de este grupo experimentaron una mayor mejora tras el tratamiento administrado.
- **Experimental B** (Módulo, N = 6): Su rango promedio apenas cambia de 10.33 que tenía inicialmente a 9.42, lo que indica que este grupo no tuvo una mejora tan marcada como el grupo **Experimental A** (Kahoot).

Interpretación General de la tabla de los Rangos

- **Tratamiento más efectivo:** El grupo **Experimental A** (Kahoot) tuvo el mayor incremento en su rango promedio entre la Pre-Prueba y la Pos-Prueba, lo que indica que el tratamiento mediante Kahoot fue más efectivo.
- **Efectividad limitada del grupo Experimental B (Módulo):** Este grupo no muestra una mejora significativa en su rango promedio, lo que indica que el tratamiento mediante el módulo no fue tan eficaz como el uso de Kahoot.

- **Estabilidad del Grupo Control:** Los participantes del grupo Control mostraron una disminución en su rango promedio (de 14.23 que tenía inicialmente a 9.14), lo que podría indicar un efecto menor comparado con los grupos experimentales

Prueba H de Kruskal-Wallis con respecto a los resultados (Pre-Pos Prueba)

Tabla 15.

Estadístico de prueba de la Prueba H de Kruskal-Wallis (Pre-Pos Prueba)

	Pre-Prueba	Pos-Prueba
H de Kruskal-Wallis	9.722	7.410
gl	2	2
Sig. asin.	.008	.025

Resultados de la Pre-Prueba

- H de Kruskal-Wallis: El mismo arrojó 9.722, siendo este el estadístico de prueba.
- gl (grados de libertad): Es igual a 2, ya que corresponde al número de grupos menos 1, o sea: $gl = k - 1$, en donde k corresponde al número de grupos.
- Sig. asin. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.008.

Interpretación de la Pre-Prueba

El p-valor (0.008) es menor que el nivel de significancia típico (0.05). Esto indica que existen diferencias estadísticamente significativas entre los grupos en la Pre-Prueba. Es decir, las puntuaciones iniciales de los grupos no son homogéneas; uno o más grupos tenían puntuaciones significativamente diferentes.

Resultados de la Pos-Prueba

- H de Kruskal-Wallis: El mismo arrojó 7.410, siendo este el estadístico de prueba.
- Gl (grados de Libertad): Es igual a 2, ya que corresponde al número de grupos menos 1, o sea: $gl = k - 1$, en donde k corresponde al número de grupos.
- Sig. asin. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.025.

Interpretación de la Pos-Prueba

El p-valor (0.025) también es menor que el nivel de significancia (0.05). Esto indica que las diferencias entre los grupos persisten en la Pos-Prueba, aunque el valor del estadístico (H) es menor en comparación con la Pre-Prueba. Esto podría sustentar que, aunque las puntuaciones finales de los grupos aún son diferentes, las diferencias entre ellos podrían haberse reducido.

Resumen del contraste de hipótesis de la Prueba H de Kruskal-Wallis

Tabla 16.

Resumen de contrastes de hipótesis de la Prueba H de Kruskal-Wallis (Pre-Prueba)

	Hipótesis nula	Prueba	Sig. ^{a,b}	Decisión
1	La distribución de Pre-Prueba es la misma entre categorías de Grupo.	Prueba de Kruskal-Wallis para muestras independientes	.008	Rechaza la hipótesis nula.
2	La distribución de Pos-Prueba es la misma entre categorías de Grupo.	Prueba de Kruskal-Wallis para muestras independientes	.025	Rechaza la hipótesis nula.

a. El nivel de significación es de .050.

b. Se muestra la significancia asintótica.

Esta tabla presenta un resumen de contrastes de hipótesis utilizando la prueba H de Kruskal-Wallis para evaluar si las distribuciones entre los diferentes grupos son iguales en los instrumentos de Pre-Prueba y Pos-Prueba. A continuación, se interpreta la misma:

- **Hipótesis nula (H_0)**
 - Pre-Prueba: La distribución de las puntuaciones es la misma entre las categorías de Grupo (Control, Experimental A y Experimental B).
 - Pos-Prueba: La distribución de las puntuaciones es la misma entre las categorías de Grupo (Control, Experimental A y Experimental B).
- **Resultados de la Pre-Prueba**
 - Sig. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.008.
 - Decisión: Se rechaza la hipótesis nula porque el p-valor es menor que el nivel de significación de 0.05.

- Interpretación: Las distribuciones de las puntuaciones de la Pre-Prueba son significativamente diferentes entre los grupos.
- **Resultados de la Pos-Prueba**
 - Sig. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.025.
 - Decisión: Se rechaza la hipótesis nula, ya que el p-valor es menor que el nivel de significación de 0.05.
 - Interpretación: Después de la intervención, las distribuciones de las puntuaciones de los grupos siguen siendo significativamente diferentes. Esto podría reflejar que los tratamientos tuvieron efectos distintos en cada grupo.
- **Conclusión general del contraste de hipótesis**
 - Pre-Prueba: Los grupos tenían diferencias significativas al inicio. Esto debe considerarse al evaluar los efectos de las intervenciones, ya que no comenzaron desde condiciones similares.
 - Pos-Prueba: Las diferencias entre los grupos permanecen después de los tratamientos, aunque el p-valor (0.025) es más cercano al nivel de significación de 0.05 que en la Pre-Prueba (0.008), lo que indica una reducción parcial en las disparidades.

Pre-Prueba

Tabla 17.

Resumen de prueba Kruskal-Wallis de muestras independientes (Pre-Prueba entre Grupo)

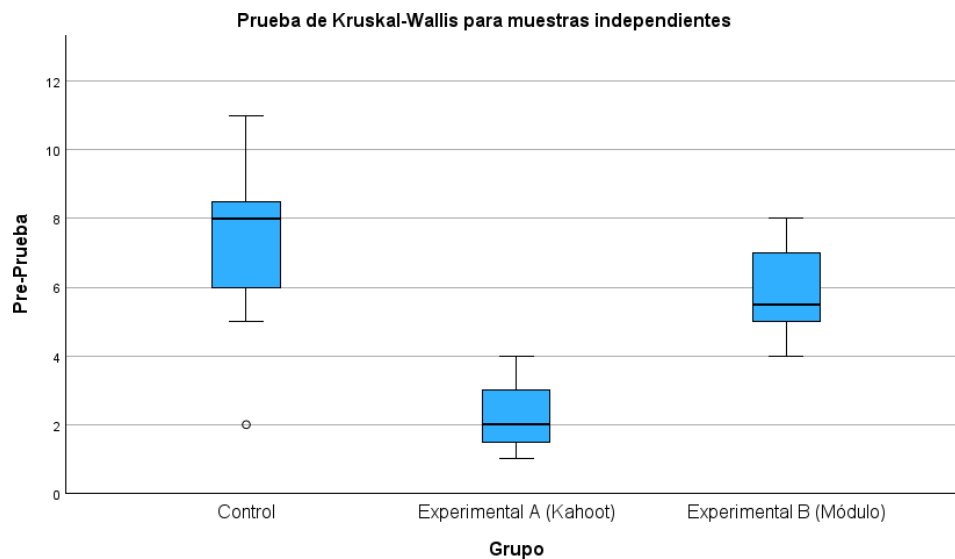
N total	21
Estadístico de prueba	9.722 ^a
Grado de libertad	2
Sig. asintótica (prueba bilateral)	.008

a. Las estadísticas de prueba se ajustan para empates.

La tabla anterior corresponde al resumen para la Pre-Prueba entre los grupos. En la misma se observa que existen diferencias significativas entre los grupos y se sustenta con el siguiente diagrama de cajas y bigotes.

Gráfica XII.

Diagrama de Cajas y Bigotes (Prueba H de Kruskal-Wallis) Pre-Prueba entre Grupo



No obstante, este diagrama, se explica de la siguiente manera: En el eje de la abscisa (eje horizontal) se encuentran los tres (3) grupos, mientras que en el eje de la ordenada (eje vertical) se encuentran los valores de la Pre-Prueba. Ahora bien, con respecto a los elementos del diagrama, los mismos se explican de la siguiente manera:

- La línea dentro de la caja representa la mediana.
- La caja representa el rango intercuartil (percentil 25 al percentil 75).
- Los bigotes representan los valores máximos y mínimos (excluyendo los valores atípicos).
- El punto fuera de los bigotes representa un valor atípico.

No obstante, con respecto a la interpretación por grupos, se establece lo siguiente:

Grupo Control

- La distribución es amplia, con una mediana alta en comparación con los grupos experimentales.
- Los valores se encuentran aproximadamente entre 6 y 9, con un valor atípico de 2.

Experimental A (Kahoot)

- La distribución más concentrada y una mediana baja.
- El rango intercuartil es estrecho, lo que indica menos variabilidad en los datos.

Experimental B (Módulo)

- La mediana está un más alta que el Grupo Experimental A, pero menor que el Grupo Control.
- La distribución más amplia en comparación con el Grupo Experimental A.

Sin embargo, esta interpretación no especifica entre qué grupos están las diferencias. Es por tal razón que se requiere un análisis post-hoc (como Dunn con corrección de Bonferroni) para comparaciones por pares. A continuación se observan las comparaciones.

Tabla 18.
Comparaciones por parejas de Grupo (Pre-Prueba)

Sample 1-Sample 2	Estadístico de prueba	Error estándar	Estadístico de prueba estándar	Sig.	Sig. ajust. ^a
Experimental A (Kahoot)- Experimental B (Módulo)	-7.208	3.957	-1.822	.068	.205
Experimental A (Kahoot)- Control	11.102	3.579	3.102	.002	.006
Experimental B (Módulo)- Control	3.894	3.111	1.252	.211	.632

Cada fila prueba la hipótesis nula que las distribuciones de la Muestra 1 y la Muestra 2 son iguales. Se muestran las significaciones asintóticas (pruebas bilaterales). El nivel de significación es de .050.

a. Los valores de significación se han ajustado mediante la corrección Bonferroni para varias pruebas.

La tabla anterior presenta un análisis post-hoc de la prueba H de Kruskal-Wallis en SPSS, en la cual se comparan las distribuciones de los grupos por pares. Los valores de significancia ajustados (Sig. ajust.) se calculan usando la corrección de Bonferroni para evitar errores tipo I debido a múltiples comparaciones. A continuación, se muestran las mismas para la Pre-Prueba:

Grupo Experimental A (Kahoot) vs. Grupo Experimental B (Módulo)

- Sig. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.068.
- Interpretación: Como $p > 0.05$, no hay diferencias estadísticamente significativas entre el Grupo Experimental A (Kahoot) y el Grupo Experimental B (Módulo).

Grupo Experimental A (Kahoot) vs. Grupo Control

- Sig. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.002.
- Interpretación: Como $p < 0.05$, existen diferencias estadísticamente significativas entre el Grupo Experimental A (Kahoot) y el Grupo Control. Esto indica que las distribuciones de estos grupos son distintas, con mejores resultados en el grupo Kahoot.

Grupo Experimental B (Módulo) vs. Grupo Control

- Sig. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.211.
- Interpretación: Como $p > 0.05$, no hay diferencias estadísticamente significativas entre el Grupo Experimental B (Módulo) y el Grupo Control.

Gráfica XIII.

Diagrama de Nodos (Comparaciones por parejas de Grupo) Pre-Prueba

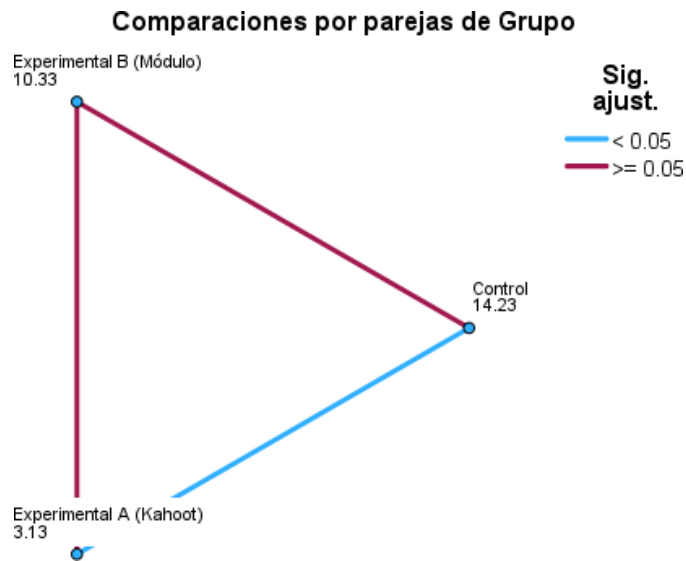


Gráfico de Nodos para Comparaciones por parejas de Grupo

- **Nodos:** Representan los grupos Control, Experimental A (Kahoot) y Experimental B (Módulo). Cada nodo muestra el rango promedio de las puntuaciones del grupo correspondiente.
- **Conexiones de líneas:** Representan las comparaciones entre los grupos:
 - Línea azul: Indica una diferencia estadísticamente significativa ($p < 0.05$) tras el ajuste con Bonferroni.
 - Línea roja: Indica que no hay diferencia estadísticamente significativa ($p \geq 0.05$).
- **Rango promedio:** El rango más bajo (como el del grupo Experimental A-Kahoot) obtienen un desempeño diferente o menor en comparación con los demás grupos.
 - Grupo Control: Rango promedio de 14.23.
 - Grupo Experimental A (Kahoot): Rango promedio de 3.13.
 - Grupo Experimental B (Módulo): Rango promedio de 10.33.

- **Comparaciones específicas:**

- Experimental A (Kahoot) vs. Control: Los grupos están conectados por una línea color azul, lo que indica que hay una diferencia estadísticamente significativa entre estos grupos, ya que $p < 0.05$; lo que significa que el grupo Experimental A (Kahoot) tuvo un resultado diferente en comparación con el grupo de Control.
- Experimental A (Kahoot) vs. Experimental B (Módulo): Los grupos están conectados por una línea color roja, lo que indica que no hay diferencias estadísticamente significativas, ya que $p \geq 0.05$; lo que significa que ambos grupos muestran resultados similares.
- Experimental B (Módulo) vs. Control: Los grupos están conectados por una línea color roja, lo que indica que no hay diferencias estadísticamente significativas, ya que $p \geq 0.05$; lo que significa que estos grupos también tienen un desempeño similar.

Conclusiones generales de las comparaciones por parejas de Grupo para la Pre-Prueba

- Entre los grupos Experimental A (Kahoot) y Experimental B (Módulo), no hubo diferencias significativas.
- El Grupo Experimental A (Kahoot) mostró resultados significativamente diferentes al grupo Control, lo que sugiere que el tratamiento con Kahoot fue efectiva.
- No hubo diferencias significativas entre el Grupo Experimental B (Módulo) y el Grupo Control, lo que indica que el tratamiento con el módulo no generó un cambio notable respecto al grupo sin tratamiento.

Conclusión general para la Pre-Prueba

El Grupo Experimental A (Kahoot) se diferencia significativamente del Grupo Control, afirmando que el tratamiento con Kahoot fue efectivo. No se encontraron diferencias

significativas entre los demás pares: Grupo Experimental B (Módulo) vs. Grupo Control, y Grupo Experimental A (Kahoot) vs. Grupo Experimental B (Módulo).

Pos-Prueba

Tabla 19.

Resumen de prueba Kruskal-Wallis de muestras independientes (Pos-Prueba entre Grupo)

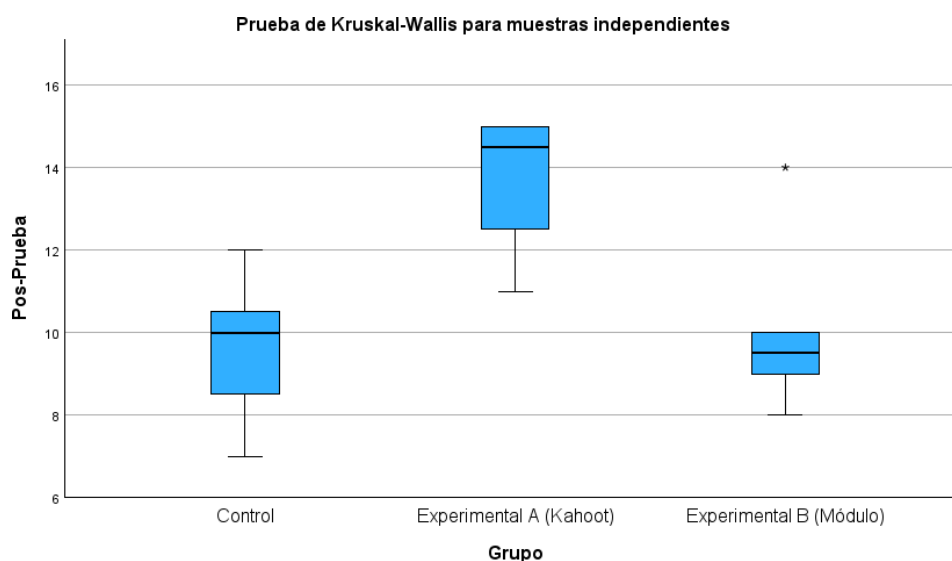
N total	21
Estadístico de prueba	7.410 ^a
Grado de libertad	2
Sig. asintótica (prueba bilateral)	.025

a. Las estadísticas de prueba se ajustan para empates.

La tabla anterior corresponde al resumen para la Pos-Prueba entre los grupos. En la misma se observa que también existen diferencias significativas entre los grupos y se sustenta con el siguiente diagrama de cajas y bigotes, aunque el valor del estadístico (H) es menor en comparación con la Pre-Prueba.

Gráfica XIV.

Diagrama de Cajas y Bigotes (Prueba H de Kruskal-Wallis) Pos-Prueba entre Grupo



No obstante, este diagrama, se explica de la siguiente manera: En el eje de la abscisa (eje horizontal) se encuentran los tres (3) grupos, en esta ocasión, los Grupos Experimentales

recibieron el tratamiento (A- Kahoot y B-Módulo), mientras que el Grupo Control no recibió tratamiento alguno. En el eje de la ordenada (eje vertical) se encuentran los valores de la Pos-Prueba luego de aplicarse los tratamientos a los Grupos Experimentales. Ahora bien, con respecto a los elementos del diagrama, los mismos se explican de la siguiente manera:

- La línea dentro de la caja representa la mediana.
- La caja representa el rango intercuartil (percentil 25 al percentil 75).
- Los bigotes representan los valores máximos y mínimos (excluyendo los valores atípicos).
- El punto fuera de los bigotes representa un valor atípico.

No obstante, con respecto a la interpretación por grupos, se establece lo siguiente:

Grupo Control

- Los valores se encuentran aproximadamente entre 8 y 11, con una mediana igual a 10.
- La distribución es más amplia en comparación con el Grupo Experimental B, lo que indica mayor variabilidad en los resultados.

Experimental A (Kahoot)

- La mediana es igual a 14.5, lo que indica que es la más alta entre los tres grupos.
- La caja es más alta, lo que indica que los participantes de este grupo alcanzaron mejores resultados en la Pos-Prueba.
- Hay mayor variabilidad hacia la parte superior del rango.

Experimental B (Módulo)

- La mediana es igual a 9.5 lo cual es baja.
- La distribución es más concentrada, pero con resultados más bajos en general en comparación con el grupo Experimental A.
- Hay un valor atípico más alto que se muestra como un punto fuera de los bigotes.

Sin embargo, este análisis no especifica entre qué grupos están las diferencias. Es por tal razón que se requiere un análisis post-hoc (como Dunn con corrección de Bonferroni) para comparaciones por pares. A continuación se observan las comparaciones:

Tabla 20.
Comparaciones por parejas de Grupo (Pos-Prueba)

Sample 1-Sample 2	Estadístico de prueba	Error estándar	Estadístico de prueba estándar	Sig.	Sig. ajust. ^a
Control-Experimental B (Módulo)	-.280	3.110	-.090	.928	1.000
Control-Experimental A (Kahoot)	-9.364	3.578	-2.617	.009	.027
Experimental B (Módulo)-Experimental A (Kahoot)	9.083	3.955	2.296	.022	.065

Cada fila prueba la hipótesis nula que las distribuciones de la Muestra 1 y la Muestra 2 son iguales. Se muestran las significaciones asintóticas (pruebas bilaterales). El nivel de significación es de .050.

a. Los valores de significación se han ajustado mediante la corrección Bonferroni para varias pruebas.

La tabla anterior presenta un análisis post-hoc de la prueba H de Kruskal-Wallis en SPSS, en la cual se comparan las distribuciones de los grupos por pares. Los valores de significancia ajustados (Sig. ajust.) se calculan usando la corrección de Bonferroni para evitar errores tipo I debido a múltiples comparaciones. A continuación, se muestran las mismas para la Pos-Prueba:

Grupo Control vs. Grupo Experimental B (Módulo)

- Sig. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.928 (sin ajustar), 1.000 (ajustado con Bonferroni)
- **Interpretación:** Como $p > 0.05$, no hay diferencias estadísticamente significativas entre estos dos grupos.

Grupo Control vs. Grupo Experimental A (Kahoot)

- Sig. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.009 (sin ajustar), 0.027 (ajustado con Bonferroni)

- Interpretación: Como $p < 0.05$, existen diferencias estadísticamente significativas entre el Grupo Experimental A (Kahoot) y el Grupo Control. Esto indica que las distribuciones de estos grupos son distintas, con mejores resultados en el grupo Kahoot.

Grupo Experimental B (Módulo) vs. Grupo Experimental A (Kahoot)

- Sig. (p-valor): El mismo arrojó un valor de 0.022 (sin ajustar), 0.065 (ajustado con Bonferroni).
- Interpretación: Como $p > 0.05$, no hay diferencias estadísticamente significativas entre el Grupo Experimental B (Módulo) y el Grupo Experimental A (Kahoot), tras el ajuste. Sin embargo, antes del ajuste ($p = 0.022$), podría interpretarse que existen ciertas diferencias.

Gráfica XV.

Diagrama de Nodos (Comparaciones por parejas de Grupo) Pos-Prueba

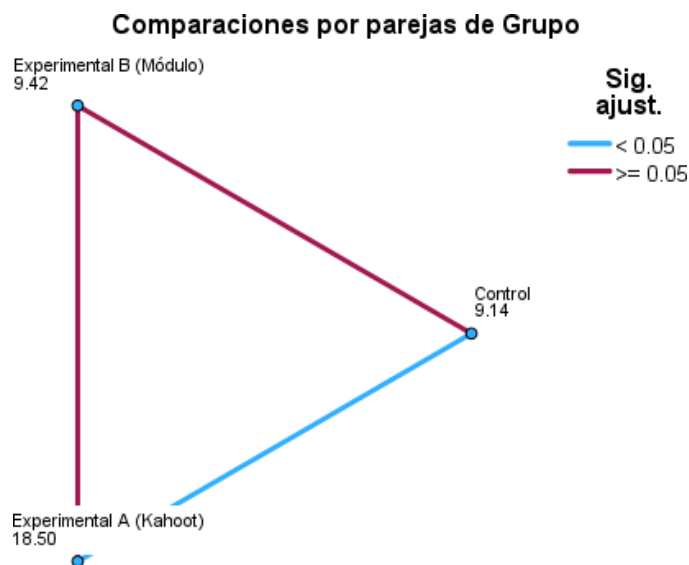


Gráfico de Nodos para Comparaciones por parejas de Grupo

- **Nodos:** Representan los grupos Control, Experimental A (Kahoot) y Experimental B (Módulo). Cada nodo muestra el rango promedio de las puntuaciones del grupo correspondiente.
- **Conexiones de líneas:** Representan las comparaciones entre los grupos:

- Línea azul: Indica una diferencia estadísticamente significativa ($p < 0.05$) tras el ajuste con Bonferroni.
- Línea roja: Indica que no hay diferencia estadísticamente significativa ($p \geq 0.05$).
- **Rango promedio:** El rango más bajo (como el del Grupo Control) obtiene un desempeño diferente o menor en comparación con los demás grupos.
 - Grupo Control: Rango promedio de 9.14.
 - Grupo Experimental A (Kahoot): Rango promedio de 18.50.
 - Grupo Experimental B (Módulo): Rango promedio de 9.42.
- **Comparaciones específicas:**
 - **Grupo Experimental A (Kahoot) vs. Grupo Control:** Los grupos están conectados por una línea color azul, lo que indica que hay una diferencia estadísticamente significativa entre estos grupos, ya que $p \text{ ajustado} < 0.05$; lo que significa que el grupo Experimental A (Kahoot) tuvo un resultado diferente en comparación con el grupo de Control.
 - **Grupo Experimental A (Kahoot) vs. Grupo Experimental B (Módulo):** Los grupos están conectados por una línea color roja, lo que indica que no hay diferencias estadísticamente significativas, ya que $p \text{ ajustado} \geq 0.05$; lo que significa que ambos grupos muestran resultados similares.
 - **Grupo Experimental B (Módulo) vs. Grupo Control:** Los grupos están conectados por una línea color roja, lo que indica que no hay diferencias estadísticamente significativas, ya que $p \text{ ajustado} \geq 0.05$; lo que significa que estos grupos también tienen un desempeño similar.

Conclusiones generales de las comparaciones por parejas de Grupo para la Pos-Prueba

- No se encontraron diferencias estadísticamente significativas entre los otros pares de grupos después de la corrección Bonferroni:
 - Grupo Control vs. Grupo Experimental B (Módulo): Sin diferencias significativas.
 - Grupo Experimental B (Módulo) vs. Grupo Experimental A (Kahoot): Sin diferencias.
- El grupo Experimental A (Kahoot) se diferencia significativamente del grupo de Control (Con p ajustado = 0.027).

Conclusión general para la Pos-Prueba

Estos resultados afirman que el tratamiento para el Grupo Experimental A (Kahoot) tuvo un efecto diferente en comparación con el Grupo Control, mientras que el Grupo Experimental B (Módulo) no mostró una diferencia significativa respecto a ninguno de los otros dos grupos.

Respuestas a las preguntas de investigación e hipótesis

En esta sección se presentan las respuestas a las preguntas de investigación planteadas en este estudio, así como la evaluación de las hipótesis formuladas. El objetivo principal es analizar si las diferentes estrategias de enseñanza como el uso de juegos tecnológicos (Kahoot) y ejemplos realistas (Módulo Didáctico) establecen diferencias significativas en el aprendizaje de las fracciones, comparándolas con el método enseñanza tradicional.

Para responder a las preguntas e interpretar las hipótesis, se emplearon análisis estadísticos descriptivos e inferenciales, incluyendo la Prueba H de Kruskal-Wallis y análisis de Pruebas Post-Hoc, ajustados con la corrección de Bonferroni. Estos métodos permitieron identificar diferencias significativas entre los grupos de estudio (Control, Experimental A y Experimental B) en los instrumentos de Pre-Prueba y Pos-Prueba.

Los resultados obtenidos reflejan que el uso de juegos tecnológicos tuvo un impacto positivo significativo en el aprendizaje, mientras que los ejemplos realistas no mostraron mejoras frente al método de enseñanza tradicional. A continuación, se detallan las respuestas a cada pregunta de investigación y e hipótesis correspondientes relacionadas a cada pregunta.

1. ¿Existe diferencia significativa si se enriquece la enseñanza tradicional por medio de juegos tecnológicos?

- **Respuesta:** Sí, existe una diferencia significativa cuando se utiliza Kahoot como herramienta tecnológica. Esto se evidencia en los resultados de la Pos-Prueba, donde el Grupo Experimental A (Kahoot) mostró un rango promedio significativamente más alto en comparación con el Grupo Control (p ajustado = 0.027). El análisis demuestra que los juegos tecnológicos mejoraron el aprendizaje en comparación con el método tradicional.

Hipótesis:

- **H_0 :** No existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en el área de las fracciones por medio de los juegos tecnológicos.

Resultado: Rechazada, ya que los datos muestran una mejora significativa con Kahoot.

- **H_1 :** Existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en el área de las fracciones por medio de los juegos tecnológicos.

Resultado: Aceptada.

2. ¿Existe diferencia significativa si se enriquece la enseñanza tradicional por medio de ejemplos realistas?

- **Respuesta:** No, no existe diferencia significativa entre el Grupo Experimental B (Módulo) y el Grupo Control en la Pos-Prueba (con p ajustado ≥ 0.05). Esto sugiere que

los ejemplos realistas no generaron una mejora significativa en comparación con el método de enseñanza tradicional.

Hipótesis:

- **H_0 :** No existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en el área de las fracciones por medio de ejemplos realistas.

Resultado: Se acepta la hipótesis nula, ya que los datos no muestran diferencias significativas.

- **H_1 :** Existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en el área de las fracciones por medio de ejemplos realistas.

Resultado: Rechazada.

3. ¿Existe diferencia significativa entre los que usaron juegos tecnológicos y ejemplos realistas?

- **Respuesta:** No, no existe diferencia significativa entre el Grupo Experimental A (Kahoot) y el Grupo Experimental B (Módulo). En otras palabras, no se encontró diferencia significativa después del ajuste de Bonferroni (con p ajustado ≥ 0.05). Sin embargo, antes del ajuste, los resultados (con $p = 0.022$) indican que podría existir diferencias, aunque no son concluyentes para la respuesta a esta pregunta de investigación.

Hipótesis:

- **H_0 :** No existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones por medio de juegos tecnológicos y por medio de ejemplos realistas.

Resultado: Se acepta la hipótesis nula, ya que no hay evidencia estadísticamente significativa después del ajuste.

- **H₁:** Existe diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones por medio de juegos tecnológicos y por medio de ejemplos realistas.

Resultado: Rechazada.

Conclusión del Capítulo

Este capítulo ha presentado los resultados y el análisis para probar las hipótesis sobre el efecto e impacto de los juegos tecnológicos y ejemplos realistas en el aprendizaje de fracciones. Los datos sugieren que ambos métodos experimentales son efectivos, con una ventaja adicional para los juegos tecnológicos. A continuación se detallan conclusiones de cada tratamiento utilizado, basado en los resultados de esta investigación.

Juegos Tecnológicos (Kahoot)

Los juegos tecnológicos demostraron ser más efectivos que la enseñanza tradicional, evidenciado por un incremento significativamente mayor en el rendimiento y una tasa de éxito superior en las actividades prácticas del juego. Esto respalda la idea de que los juegos pueden mejorar la comprensión de conceptos matemáticos al hacer el aprendizaje más interactivo y motivador.

Ejemplos Realistas (Módulo Didáctico)

Aunque los ejemplos realistas también mostraron mejoras significativas en comparación con la enseñanza tradicional, su impacto fue menor que el de los juegos tecnológicos. Este hallazgo establece que, aunque efectivos, los ejemplos realistas podrían no involucrar a los estudiantes de la misma manera que los juegos tecnológicos.

La diferencia significativa entre los juegos tecnológicos y los ejemplos realistas indica que los juegos ofrecen un enfoque más dinámico para el aprendizaje de fracciones. Esto puede ser atribuido a la naturaleza interactiva y la retroalimentación inmediata proporcionado por los

juegos. En el siguiente capítulo, se discutirá cómo estos hallazgos pueden influir en las prácticas educativas y se ofrecerán recomendaciones para futuras investigaciones.

Capítulo V. Discusión

Este capítulo tiene como objetivo presentar las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos en el estudio realizado sobre el efecto de los juegos tecnológicos y ejemplos realistas en el aprendizaje de las fracciones en estudiantes de séptimo grado tomando en consideración el problema de investigación planteado, las preguntas de investigación y las hipótesis. Además, a lo largo de este capítulo, se discutirá la efectividad de las estrategias de enseñanza implementadas, se compararán las conclusiones y hallazgos principales del estudio con los estudios citados en la literatura y el marco teórico; destacando las implicaciones prácticas para los docentes. Por otra parte, se identificarán las limitaciones metodológicas del estudio y se propondrán las recomendaciones generales y las recomendaciones para futuras investigaciones.

Conclusiones del estudio

El propósito de este estudio fue analizar si el uso de los juegos tecnológicos (Kahoot), y ejemplos realistas (Módulo Didáctico) pueden mejorar el aprendizaje en el área de las fracciones en estudiantes de séptimo grado. A través de un diseño cuasiexperimental con tres grupos de estudiantes (Grupo Control, Grupo Experimental A y Grupo Experimental B,), se pudo evaluar el efecto de estas estrategias de enseñanza en comparación con la enseñanza tradicional. Los resultados obtenidos de las pruebas estadísticas a través de SPSS permiten concluir lo siguiente:

- **Juegos Tecnológicos (Kahoot):** Existe una diferencia significativa en el rendimiento de los estudiantes que utilizaron Kahoot en comparación con aquellos que recibieron la enseñanza tradicional. El análisis estadístico muestra que el Grupo Experimental A, que usó Kahoot, obtuvo un rendimiento significativamente mejor en la posprueba, con un p ajustado = 0.027, lo que sugiere que el uso de este tipo de herramienta tecnológica mejora el aprendizaje en el área de las fracciones.

- **Ejemplos Realistas (Módulo Didáctico):** No se encontró una diferencia significativa entre el rendimiento de los estudiantes que utilizaron ejemplos realistas y aquellos que recibieron la enseñanza tradicional. El análisis estadístico indicó que no hay evidencia suficiente para afirmar que los ejemplos realistas mejoran el aprendizaje en comparación con la enseñanza tradicional (con p ajustado ≥ 0.05).
- **Comparación entre Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas:** Tampoco se encontró una diferencia significativa entre el Grupo Experimental A (Kahoot) y el Grupo Experimental B (Módulo Didáctico) en cuanto a su rendimiento en la posprueba, después de realizar el ajuste de Bonferroni (con p ajustado ≥ 0.05). Aunque antes del ajuste se observó una diferencia (con $p = 0.022$), no fue suficiente para concluir que uno de los métodos sea superior al otro.

En resumen, el uso de Kahoot como herramienta tecnológica tuvo un impacto significativo en el aprendizaje de los estudiantes en el área de las fracciones, mientras que el uso de ejemplos realistas no mostró una mejora significativa sobre la enseñanza tradicional. No se encontraron diferencias claras entre los juegos tecnológicos y los ejemplos realistas.

Discusión y comparación de las conclusiones y los hallazgos

Luego de plantear las conclusiones del estudio, en esta sección se procederá con la discusión de cómo se comparan las conclusiones y hallazgos principales del estudio con los estudios citados en la literatura y el marco teórico o conceptual.

Comparación con estudios citados en la literatura

Al comparar los hallazgos de este estudio con los estudios citados en la literatura, es posible observar que los resultados están alineados con el uso de tecnologías educativas para mejorar la motivación y el rendimiento de los estudiantes. Por ejemplo, en la investigación “*La integración de los dispositivos móviles. Kahoot! Una estrategia didáctica para la evaluación de*

matemáticas en el nivel superior (ingenierías)” de Ulloa & Marentes (2018) se observa un enfoque similar, donde la gamificación (mediante Kahoot) también se mostró efectiva para aumentar la motivación, participación y rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas, con respecto al área de las fracciones. Por tal razón, se destaca cómo las herramientas digitales y de juego ayudan a hacer que el aprendizaje sea más atractivo y significativo para los estudiantes, especialmente para los más jóvenes, quienes se benefician de un ambiente de aprendizaje interactivo y dinámico. Este estudio corrobora los hallazgos de este trabajo, donde los estudiantes que usaron Kahoot en el aprendizaje de fracciones mostraron una mejora significativa en comparación con los estudiantes que recibieron la enseñanza tradicional.

Por otro lado, los artículos previos, especialmente el de las situaciones didácticas y la matemática realista, destacan cómo el uso de situaciones contextualizadas (vinculadas al entorno y la vida real de los estudiantes) puede ayudar a que los alumnos comprendan mejor los conceptos matemáticos. No obstante, el uso de ejemplos realistas en la enseñanza ha sido defendido por algunos autores como una manera de contextualizar el aprendizaje y hacerlo más cercano a la vida cotidiana de los estudiantes. Estos enfoques, como los de Hans Freudenthal (1973) y Guy Brousseau (1986), argumentan que el uso de situaciones problemáticas reales puede facilitar la comprensión de conceptos matemáticos abstractos y mejorar la resolución de problemas. Sin embargo, los resultados de este estudio no concuerdan con la investigación previa que afirma que el uso de situaciones contextualizadas puede ayudar a que los alumnos comprendan mejor los conceptos matemáticos a través de ejemplos realistas. Esta es la afirmación de la Dra. Ana Helvia Quintero (et, al. 2002) en su capítulo 16 “*The Influence of Realistic Mathematics Education Outside the Netherlands-The Case of Puerto Rico*” del libro titulado: “*International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics Visions on and*

Experiences with Realistic Mathematics Education”, ya que aborda los esfuerzos realizados en Puerto Rico para implementar la Educación Matemática Realista (RME) a través de la creación de materiales educativos adaptados a la cultura local, específicamente el proyecto de las Matemáticas en Contexto en Puerto Rico (MeC-PR). También, se destacan los logros alcanzados, como la formación de docentes, la incorporación de elementos de la Educación Matemática Realista (RME, por sus siglas en inglés) en los documentos oficiales del Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) y los esfuerzos de investigación en torno a esta metodología. Sin embargo, a pesar de los avances, varios factores impidieron la expansión a gran escala del proyecto. Entre estos factores se destacan el cambio político que conllevó el reemplazo de la directora del programa, la falta de financiamiento adecuado para la implementación de los materiales, y la resistencia al cambio paradigmático que implica la adopción de la Educación Matemática Realista (RME, por sus siglas en inglés). La alineación de los materiales educativos con los estándares matemáticos establecidos por el DEPR fue otro obstáculo significativo, lo que generó una percepción de falta de compatibilidad entre ambos. El artículo concluyó con la identificación de tareas pendientes para la implementación exitosa de las Matemáticas en Contexto en Puerto Rico (MeC-PR), como fomentar el cambio de paradigma entre los educadores y adaptar los materiales a los estándares oficiales del currículo de Puerto Rico. También se plantea la importancia de generar evidencia práctica, como una escuela modelo, para demostrar la efectividad de la Educación Matemática Realista (RME por sus siglas en inglés). No obstante, la falta de diferencia significativa entre los grupos que usaron ejemplos realistas y los que siguieron la enseñanza tradicional indica que la implementación de ejemplos realistas a través del Módulo Didáctico podría no haber sido lo suficientemente efectiva o adecuada para el tema específico de las fracciones, o que las condiciones del tratamiento no fueron óptimas.

Ahora bien, sustentando la inferencia anterior con la revisión de la literatura, la implementación de Educación Matemática Realista (RME por sus siglas en inglés) ha sido objeto de estudio en diversas partes del mundo, especialmente en contextos donde se ha intentado adaptar esta metodología a las realidades culturales y educativas locales. El artículo de Puerto Rico se alinea con trabajos previos que destacan las dificultades asociadas con la implementación de nuevas metodologías educativas que requieren un cambio profundo en la práctica docente y en la estructura del currículo (Freudenthal, 1973; Brousseau, 1986).

Freudenthal (1973), al desarrollar la teoría de Matemáticas como Tarea Educativa, enfatiza que la educación matemática debe centrarse en problemas reales y significativos para los estudiantes, lo cual es una piedra angular de la Educación Matemática Realista (RME, por sus siglas en inglés). Este enfoque es consistente con la intención de los autores del artículo de adaptar los materiales a la cultura local de Puerto Rico, un esfuerzo que recuerda los estudios de Brousseau (1986), en su artículo “La théorie des situations didactiques”, quien también resalta la importancia de crear situaciones didácticas que sean culturalmente relevantes para los estudiantes. La incorporación de estos principios a través del proyecto de las Matemáticas en Contexto en Puerto Rico (MeC-PR) es un claro intento de seguir esta línea de pensamiento. Sin embargo, los hallazgos del artículo evidenciaron una barrera significativa: el cambio de paradigma que los docentes deben atravesar para adoptar la Educación Matemática Realista (RME, por sus siglas en inglés). La falta de alineación entre los materiales creados y los estándares oficiales del DEPR resalta otra dificultad frecuente en la implementación de nuevas metodologías.

En resumen, en esta investigación, los resultados obtenidos para la Matemática Realista no mostraron una mejora significativa en los aprendizajes de los estudiantes, lo que podría

deberse a la falta de alineación entre los enfoques pedagógicos propuestos y las expectativas del currículo oficial. A pesar de los esfuerzos por adaptar los materiales de la Matemática Realista a la cultura local, los resultados no fueron suficientemente concluyentes, lo que sugiere que la implementación de nuevas metodologías requiere una mayor preparación y apoyo continuo para superar las barreras de cambio de paradigma. La falta de resultados significativos en la implementación de la Matemática Realista puede explicarse, en parte, por la redundancia de enfoques previos que no promovieron un cambio profundo en la práctica docente, lo que impidió que los estudiantes experimentaran los beneficios esperados de este enfoque pedagógico.

Comparación con el marco teórico

En este estudio, se evaluó el impacto de dos enfoques didácticos innovadores en el aprendizaje de las fracciones en estudiantes de séptimo grado: el uso de Kahoot, una herramienta de gamificación, y un Módulo Didáctico basado en ejemplos realistas. Los hallazgos principales revelaron que el uso de Kahoot mejoró significativamente el rendimiento de los estudiantes, mientras que el Módulo Didáctico no mostró una mejora significativa en comparación con la enseñanza tradicional.

A continuación, se compara este resultado con las teorías de aprendizaje que sustentan esta investigación:

- **Gamificación (Teoría de la Gamificación):** La teoría de la gamificación, como se discute en el marco teórico, se basa en la idea de utilizar las dinámicas de los juegos para motivar a los estudiantes y mejorar su rendimiento. Kahoot, al ser una herramienta de gamificación, aprovecha el juego como la competencia, el desafío y la recompensa para generar una experiencia de aprendizaje más atractiva. Según Deterding et al. (2019), la gamificación implica el uso de elementos de diseño de juegos en contextos no lúdicos, lo que facilita la

participación activa de los estudiantes y fomenta la resolución de problemas, tal como se observa en los resultados de tu estudio. El hecho de que el Grupo Experimental A (que utilizó Kahoot) mostrara una mejora significativa en su rendimiento, especialmente con un valor de p ajustado = 0.027, sugiere que los estudiantes respondieron positivamente a la naturaleza lúdica y dinámica de esta herramienta, lo que está en línea con los principios de la gamificación propuestos por autores como Gee (2003).

- **Educación Matemática Realista (Teoría de Freudenthal):** La Matemática Realista propuesta por Hans Freudenthal (1973), como se menciona en el marco teórico, enfatiza la importancia de contextualizar las matemáticas en situaciones de la vida real, promoviendo la matematización de problemas. Este enfoque se basa en la idea de que los estudiantes deben participar activamente en la creación de conocimientos matemáticos a partir de situaciones contextualizadas, utilizando problemas y fenómenos de la vida cotidiana (Pérez et al., 2016). Sin embargo, en este estudio, el Módulo Didáctico (que se basó en ejemplos realistas) no mostró una mejora significativa en el rendimiento de los estudiantes, lo que plantea preguntas sobre la eficacia de este enfoque en el contexto específico de la enseñanza de fracciones. Aunque la Matemática Realista promueve la conexión con la vida cotidiana, es posible que los ejemplos utilizados no hayan sido lo suficientemente relevantes o atractivos para los estudiantes, lo que puede haber limitado la efectividad del método. Además, la falta de una diferencia significativa entre los dos grupos experimentales (Kahoot vs. Módulo Didáctico) podría sugerir que, a pesar de ser un enfoque sólido, la implementación de la Matemática Realista necesita ajustes para ser tan impactante como las herramientas tecnológicas en ciertos contextos educativos.

- Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky:** La Teoría Sociocultural de Lev Vygotsky mencionada en el marco teórico, en la que el aprendizaje es un proceso profundamente social, también proporciona un marco importante para analizar los resultados. Según Vygotsky, el aprendizaje ocurre primero en el contexto social (interpsicológico) y luego se internaliza a nivel individual (intrapsicológico). No obstante, en este estudio, la herramienta Kahoot, al estar diseñada para el trabajo colaborativo y la competencia, puede haber facilitado el aprendizaje en un entorno social más interactivo. Esto está en línea con la teoría de Vygotsky, que resalta la importancia de la interacción social en el proceso de aprendizaje. El uso de Kahoot, al fomentar la participación activa y la interacción entre los estudiantes, podría haber contribuido al aprendizaje significativo en el área de las fracciones, lo que explica los resultados positivos observados.
- Teoría de las Inteligencias Múltiples de Howard Gardner:** Finalmente, la Teoría de las Inteligencias Múltiples de Howard Gardner mencionada en el marco teórico, que proporciona plantea que los estudiantes tienen diferentes tipos de inteligencias y que los métodos de enseñanza deben adaptarse para aprovechar estas habilidades diversas. Kahoot, al ser una herramienta que combina competencias de pensamiento lógico, visual y social, puede haber facilitado el aprendizaje de estudiantes con diferentes tipos de inteligencias. El impacto positivo observado en el Grupo Experimental A podría deberse a que Kahoot apeló a diversas formas de inteligencia, como la inteligencia lógico-matemática (resolución de problemas de fracciones) y la inteligencia interpersonal (competencia y trabajo en grupo), lo que permitió una experiencia de aprendizaje más inclusiva.

En general, los hallazgos coinciden con el artículo previo en cuanto al valor de la gamificación y las herramientas tecnológicas como Kahoot para mejorar el aprendizaje de las

fracciones. Sin embargo, esta investigación proporciona una evaluación más precisa y cuantitativa de estos enfoques, destacando que el uso de Kahoot tuvo un impacto significativo en el rendimiento de los estudiantes, mientras que los ejemplos realistas no lograron mostrar mejoras sustanciales en comparación con la enseñanza tradicional.

Es importante señalar que, aunque un estudio previo menciona los beneficios de las situaciones contextualizadas (ejemplos realistas), en este contexto particular, los resultados afirman que el enfoque tecnológico podría ser más efectivo para fomentar un aprendizaje interactivo y dinámico en el área de las fracciones. Esto resalta la importancia de adaptar las metodologías a las necesidades de los estudiantes y el contenido pedagógico.

Limitaciones Metodológicas

En esta sección se identifican y analizan las limitaciones metodológicas que pudieron haber afectado el desarrollo y los resultados de la investigación. Las mismas son las siguientes:

- **Tamaño de la muestra:** El número de participantes podría haber sido insuficiente para generalizar los resultados. Un mayor número de estudiantes podría haber proporcionado una estadística más robusta y permitido una mejor comparación entre los grupos.
- **Implementación de los tratamientos:** Aunque se siguieron procedimientos estandarizados, la implementación de los juegos tecnológicos y los ejemplos realistas pudo haber variado según el grupo, lo que podría haber afectado la consistencia de los resultados. Factores como el nivel de familiaridad de los estudiantes con Kahoot y la calidad de los ejemplos realistas utilizados podrían haber influido en el rendimiento observado.
- **Duración de los tratamientos:** La duración del estudio pudo haber sido insuficiente para observar efectos a largo plazo en el aprendizaje de las fracciones. Un estudio más prolongado

permitiría evaluar si los efectos de las herramientas tecnológicas y los ejemplos realistas se mantienen con el tiempo.

- **Control de variables externas:** Aunque se intentó controlar variables como el nivel previo de conocimiento en matemáticas, otros factores como el interés personal de los estudiantes o el entorno de aprendizaje pudieron haber influido en los resultados. Para el primer factor (interés personal), si un estudiante tiene un mayor interés o motivación en el tema de las fracciones, es posible que su rendimiento en el estudio sea mejor, independientemente de las herramientas educativas que se utilicen (Kahoot o Módulo Didáctico). Para el último factor (entorno de aprendizaje), significa que si en su entorno hay distracciones, o si están más o menos estresados, pueden influir en cómo los estudiantes se desempeñan.

Recomendaciones

El análisis de los datos ha revelado que el uso de Kahoot, ha tenido un impacto positivo significativo en el rendimiento de los estudiantes en comparación con la enseñanza tradicional, lo que reafirma la importancia de la tecnología en la sala de clases. Sin embargo, el uso de los ejemplos realistas no mostró diferencias significativas con respecto a la enseñanza tradicional, lo que abre el debate sobre su efectividad en el contexto de la enseñanza de las fracciones. A partir de estos hallazgos, se proporcionarán recomendaciones generales y recomendaciones para futuras investigaciones, con el fin de seguir optimizando el proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de las fracciones.

Recomendaciones Generales

- Los docentes pueden considerar el uso de herramientas tecnológicas, como Kahoot, para enriquecer la enseñanza en la sala de clases, ya que estos juegos favorecen la motivación, la participación activa y la mejora del rendimiento en áreas como las matemáticas. Los juegos

interactivos pueden ser una herramienta útil para la enseñanza de fracciones, ya que permiten a los estudiantes practicar de manera más dinámica y divertida.

- Es fundamental proporcionar formación continua a los docentes en la metodología de la Educación Matemática Realista (RME) para que puedan comprender y aplicar efectivamente sus principios en el aula. La implementación de RME debe ir acompañada de talleres prácticos, seguimiento pedagógico y apoyo constante para que los educadores se sientan cómodos adaptando estos enfoques en su enseñanza diaria.
- La colaboración de los maestros es esencial para el éxito de este tipo de investigación, ya que su experiencia y perspectiva en el aula son fundamentales para obtener una comprensión profunda de los desafíos y oportunidades asociados con la implementación tanto de los juegos tecnológicos como los ejemplos realistas en el contexto educativo local. Su participación permitirá no solo mejorar los enfoques pedagógicos, sino también generar datos valiosos que puedan contribuir al desarrollo y la mejora continua de la educación matemática en Puerto Rico.

Recomendaciones para futuras investigaciones

- **Ampliar la muestra:** Realizar estudios con un número mayor de participantes, incluidos diferentes contextos educativos y niveles escolares, para verificar si los resultados se repiten en otros entornos.
- **Explorar combinaciones de enfoques:** Investigar si la combinación de juegos tecnológicos y ejemplos realistas podría tener un mayor impacto que el uso de cada estrategia por separado (individual).

- **Estudios a largo plazo:** Realizar estudios longitudinales para analizar cómo el uso de los juegos tecnológicos y ejemplos realistas impactan en el aprendizaje a largo plazo para conocer si los estudiantes retienen y aplican mejor los conocimientos adquiridos.
- **Revisar y mejorar los materiales educativos:** Se debe considerar su relevancia, accesibilidad y alineación con los estándares de contenido y expectativas de grado; y las realidades en la sala de clase. Es por tal razón, que las futuras investigaciones podrían evaluar el impacto de los materiales ajustados.

Conclusión Final

Este estudio ha demostrado que el uso de juegos tecnológicos como Kahoot puede ser una estrategia efectiva para mejorar el aprendizaje en el área de las fracciones, ya que fomenta la participación activa y el interés de los estudiantes. Sin embargo, los ejemplos realistas no mostraron una diferencia significativa en el aprendizaje, lo que sugiere que su implementación debe ser reconsiderada. Los resultados de este estudio ofrecen valiosas perspectivas sobre la incorporación de herramientas tecnológicas en la sala de clases, pero también resaltan la importancia de estudiar más a fondo los factores que afectan la efectividad de los tratamientos.

Referencias

- Aguilera Quevedo, M., & Rodríguez Castañeda, S. E. (2017). *Uso de las regletas de Cuisenaire para el aprendizaje de las fracciones* [Trabajo de grado, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio Institucional Universidad Pedagógica Nacional. <http://repository.pedagogica.edu.co/bitstream/20.500.12209/150/1/TO-20601.pdf>
- Alsina, A. (2009). El aprendizaje realista: Una contribución de la investigación en educación matemática a la formación del profesorado. En M. J. González, M. T. González, & J. Murillo (Eds.), *Investigación en educación matemática XIII* (pp. 119–127). SEIEM.
- Alsina, Á., & Franco, J. (2020). Promoviendo la educación matemática inclusiva desde el enfoque de los itinerarios de enseñanza de las matemáticas: el caso de las fracciones. *APeDuC: Revista-Investigação e Práticas em Educação em Ciências, Matemática e Tecnologia*, 1(2), 13–29.
- Alva, M., & Solís, M. (2018). Fortaleciendo la conceptualización y conocimiento de las fracciones en alumnos a través de situaciones de aprendizaje. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, 3, 12–15.
- Álvarez, I. (2019). *La influencia del juego en la enseñanza de las fracciones en nivel primaria* [Tesis de licenciatura/maestría/doctorado, Centro de Estudios Universitarios de San Luis Potosí].
- Álvarez-Gayou, J. L. (2003). *Cómo hacer investigación cualitativa: Fundamentos y metodología*. Paidós.
- Amores Bustos, S. (2021). *Aplicación de la gamificación en la resolución de fracciones matemáticas con estudiantes de sexto año* [Tesis de maestría, Universidad Tecnológica Indoamérica].
- Angulo Quiñones, M. A., & González Cabezas, K. M. (2019). *Juegos tradicionales: Una estrategia didáctica para fortalecer la conceptualización de las fracciones en grado sexto* [Tesis de grado, Universidad del Valle]. Repositorio Institucional Universidad del Valle. <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/server/api/core/bitstreams/1cede9e3-48f9-496d-9193-0cc38b5350f8/content>
- Arnon, I., Cottrill, J., Dubinsky, E., Oktac, A., Roa Fuentes, S., Trigueros, M., & Weller, K. (2014). *APOS theory: A framework for research and curriculum development in mathematics education*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-7966-6>
- Ayarza, R. A. O., & Retamal, I. G. (2011, marzo). Dificultades en el aprendizaje de las fracciones y el conocimiento del profesor (CO). En *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática*.

- Balaguera, V. A. G., & González, J. J. O. (2010). Efecto de una mediación tecnológica para el aprendizaje de las fracciones desde la concepción parte-todo en estudiantes de cuarto de primaria. *Magistro*, 4(8), 93.
- Baltazar, C., & Valdemoros, M. E. (2017). *La reflexión como vía de aprendizaje de las fracciones*. <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1147967/Baltazar2017La.pdf>
- Bautista, V., & Rodríguez, F. (2012). *Argumentos históricos y la enseñanza de las fracciones*. <https://funes.uniandes.edu.co/wp-content/uploads/tainacan-items/32454/1161193/Bautista2012Argumentos.pdf>
- Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. En M. Landau (Ed.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 91–126). Erlbaum.
- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 296–333). Macmillan. http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/92_1.html
- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1993). Rational numbers: Toward a semantic analysis—Emphasis on the operator construct. En T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 13–47). Lawrence Erlbaum.
- Beltrán, J. (1998). Estrategias de aprendizaje. En V. Santiuste & J. Beltrán (Comps.), *Dificultades de aprendizaje* (pp. 201–240). Síntesis.
- Bezerra, F., Magina, S., & Spinillo, A. (2002). How to promote children's understanding of fractions? An exploratory study. En *Proceedings of the 26th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 89–96). Norwich, UK.
- Bright, G., Behr, M., Post, T., & Wachsmuth, I. (1988). Identifying fractions on number lines. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(3), 215–232. <https://doi.org/10.2307/749066>
- Brizuela, B. (2005). Young children's notations for fractions. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9003-3>
- Brousseau, G. (1986). La théorie des situations didactiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage.
- Butto, C. (2013). El aprendizaje de fracciones en educación primaria: Una propuesta de enseñanza en dos ambientes. *Horizontes Pedagógicos*, 15(1), 33–45.

- Callo Conto, J. (2015). *Situaciones didácticas como estrategia para resolver problemas de fracciones con estudiantes de sexto grado de educación primaria.*
- Capilla, R. M. (2016). Habilidades cognitivas y aprendizaje significativo de la adición y sustracción de fracciones comunes. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 7(2), 49–62. <https://doi.org/10.18861/cied.2016.7.2.2610>
- Carpenter, T. P., Kepner, H., Corbitt, M. K., Lindquist, M. M., & Reys, R. E. (1980). Results and implications of the Second NAEP Mathematics Assessments: Elementary school. *Arithmetic Teacher*, 2(8), 10–13.
- Carrera Viver, G. J. (2021). *Diseño y evaluación de un programa de enseñanza-aprendizaje de fracciones basado en el modelo neurocognitivo de Howard-Jones.*
- Ceballos, L., & Murillo, A. (2013). Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas, mediados por fracciones.
- Chaffe-Stengel, P., & Noddings, N. (1982). Facilitating symbolic understanding of fractions. *For the Learning of Mathematics*, 3(2), 42–48.
- Charalambous, Ch., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. En H. Chick & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 233–240). Melbourne: PME.
- Clarke, B. A., Sullivan, P., & McDonough, A. (2002). Measuring and describing learning: The Early Numeracy Research Project. En A. Cockburn & E. Nardi (Eds.), *Proceedings of the 26th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 181–185). Norwich, UK: PME.
- Clarke, D., & Roche, A. (2009). Students' fraction comparison strategies as a window into robust understanding and possible pointers for instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 127–138. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9198-9>
- Contreras, M., & Gómez, B. (2006). Sobre problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones. En M. P. Bolea, M. Mar Moreno, & M. J. González (Eds.), *Investigación en educación matemática: Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 171–184). Huesca: Instituto de Estudios Altoaragoneses.
- Corbetta, P. (2003). *Metodología y técnicas de investigación social*. Madrid: McGraw-Hill/Interamericana.
- Cortina, J. L., Zúñiga, C., & Visnovska, J. (2013). La equipartición como obstáculo didáctico en la enseñanza de las fracciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 25(2), 7–30. ISSN 1665-5826.

- Cubillo, C., & Ortega Del Rincón, T. (2003). Análisis de un modelo didáctico para la enseñanza/aprendizaje del orden de las fracciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 15(2), 55–76. ISSN 1665-5826.
- Davydov, V. V., & Tsvetkovich, Z. H. (1991). The object sources of the concept of fractions. *Psychology abilities of primary children in learning mathematics*. National Council of Teachers in Mathematics, Reston, Virginia.
- De León, H., & Fuenlabrada, I. (1996). Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, 1(2), 268–282.
- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2022). *Unidad de Assessment, META-PR*.
- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2022). *Unidad de Assessment, META-PR-Alterna*.
- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2022). *Unidad de Assessment, META-PR En Línea*.
- Departamento de Educación. (2014). *Estándares de Contenido y Expectativas de grado del Programa de Matemática*. Hato Rey, Puerto Rico: DEPR.
- Departamento de Educación. (2016). *Carta Circular Núm 7-2016-2017. Política Pública sobre la Organización y la Oferta Curricular del Programa de Matemáticas en los Niveles Primario y Secundario de las Escuelas Públicas de Puerto Rico*.
- Deterding, S., Khaled, R., Nacke, L., & Dixon, D. (2011). From game design elements to gamefulness: Defining “gamification.” *Proceedings of the 2011 annual conference extended abstracts on human factors in computing systems* (pp. 2425–2428).
- Díaz-Pinzón, J. E. (2016). Soporte técnico de simulación Phet en la enseñanza y aprendizaje de fracciones equivalentes. *Revista de investigaciones Universidad del Quindío*, 28(2), 31–41.
- Dienes, Z. (1972). *Fracciones*. Barcelona: Teide. Recuperado de <https://catalogo.upn.edu.co/bib/144340>
- Dubinsky, E. (1984). The cognitive effect of computer experiences on learning abstract mathematical concepts. *Korkeakoulujen Atk-Uutiset*, 2, 41–47.
- Echegaray, L. F. (2016). *Manual de ayuda para la redacción de un trabajo de investigación (Maestría o Doctorado)* (3ra ed.). Ediciones Situm.
- Educación 3.0 Líder informativo en innovación educativa. (2023). ¿Qué es la gamificación y cuáles son sus objetivos? *Tecno Media Comunicación SL*. Recuperado de <https://www.educaciontrespuntocero.com/noticias/gamificacion-que-es-objetivos/>

- Educación 3.0. Líder informativo en innovación educativa. (2023). *Edita Tecno Media Comunicación SL*. Recuperado de <https://www.educaciontrespuntocero.com/recursos/estudiar-fracciones/>
- Fandiño, M. (2007). Fractions: conceptual and didactic aspects. *Acta Didáctica Universitatis Comenianae*, 7, 81–115. Recuperado el 10 de febrero de 2011 de <http://www.ddm.fmph.uniba.sk/ADUC/files/Issue7/05Pinilla.pdf>
- Fazio, L., & Siegler, R. (2011). Enseñanza de las fracciones. Recuperado de <https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/5156/Ense%C3%B1anza%20de%20las%20fracciones.pdf>
- Fernández Debrán, D. (2017). El método Singapur aplicado a la enseñanza de fracciones. *Cuadernos de Matemáticas y Estadística*, 29, 69–88. <https://doi.org/10.19053/01201190.n29.2020.11270>
- Figueras, O. (1988). *Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales* [Tesis doctoral, Cinvestav]. México.
- Flores, A. (2002). Profound understanding of division of fraction. En B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 Yearbook* (pp. 237–246). Reston: NCTM.
- Fonseca, R., Hernández, R. V., & Mariño, L. F. (2017). Enfoque CPA en la resolución de problemas para el aprendizaje de fracciones mediante el uso de software matemático. Recuperado de https://ww2.ufps.edu.co/public/archivos/oferta_academica/8c86ed0111abd2ac61fa2f8fc7d99448.pdf
- Freire, M. L. L., Freire, M. A. L., Huilcapi Ruiz, G. M., & López Cárdenas, F. E. (2021). La enseñanza de fracciones utilizando la metodología del aprendizaje basado en problemas. *Dominio de las Ciencias*, 7(3), 498-512. <https://doi.org/10.23857/dc.v7i3.2570>
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: D. Reidel.
- Fuentes, R. (2010). Enseñanza de fracciones. Una experiencia didáctica en quinto año de enseñanza primaria. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 22, 169–182.

- Fug, M., & Mou, H. (2005). Título del artículo o trabajo. En H. Chick & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 181–185). PME.
https://www.emis.de/proceedings/PME29/PME29CompleteProc/PME29Vol3Fug_Mou.pdf
- García, C. V., Figueras, O., Vera, D. A., & Gutiérrez-Soto, J. (2016). Hacia un modelo de enseñanza para las fracciones basado en el uso de applets. *Edma 0-6: Educación Matemática en la infancia*, 5(2), 1-20.
- Gardner, H. (1983). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. Basic Books.
- Gascón Salillas, D. (2018). *El uso de las TIC en la enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria: aplicación a las fracciones*.
- Gee, J. P. (2003). What video games have to teach us about learning and literacy. *Computers in Entertainment (CIE)*, 1(1), 20-20. <https://doi.org/10.1145/950566.950595>
- Gómez, A. (2014). Con rezago desempeño de estudiantes puertorriqueños en el College Board. *Primera Hora, Noticias Puerto Rico*. <https://www.primerahora.com/noticias/puerto-rico/notas/con-rezago-desempeno-de-estudiantes-puertorriquenos-en-el-college-board/>
- González Astudillo, M. T., & Marques Portugal, R. F. (2018). La práctica docente del profesor: La enseñanza de fracciones en un aula de primaria a través de situaciones-problema. *Educatio Siglo XXI*, 36(3 Nov-Feb1), 177–200. <https://doi.org/10.6018/j/349961>
- González del Olmo, D. (2015). *Errores comunes en el aprendizaje de las fracciones: Un estudio con alumnos de 12/13 años en Cantabria*.
- González Gutiérrez, N. R., & Rodríguez Pérez, Y. B. (2019, diciembre). Priorización de problemas referentes a la enseñanza y aprendizaje de las fracciones, mediante la técnica matriz de Vester. *V Congreso Internacional de Investigación y Pedagogía*.
- Graeber, A., Tirosh, D., & Glover, R. (1989). Preservice teachers' misconceptions in solving verbal problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20(1), 95-102. <https://doi.org/10.2307/749097>
- Grinell, R. M. (1997). *Social work research & evaluation: Quantitative and qualitative approaches* (5ª ed.). Itaca: E. E. Peacock Publishers.
- Guía de estudio para presentar la Prueba de Aptitud Académica The College Board. (2017).
- Guzmán, S. M., & Cuevas, C. A. (2004). Interpretaciones erróneas sobre los conceptos de máximos y mínimos en el cálculo diferencial. *Educación Matemática*, 16(2), 93-104.

- Harel, G., Behr, M., Post, T., & Lesh, R. (1994). The impact of number type on the solution of multiplication and division problems: Further considerations. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 365-388). SUNY Press.
- Hernández Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4th ed.). McGraw-Hill.
- Hernández Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4th ed.). McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A. DE C.V. ISBN: 978-1-4562-2396-0; ISBN: 978-607-15-0291-9.
- Hernández Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación* (4th ed.). McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A. DE C.V. ISBN-13: 978-970-10-5753-7; ISBN-10: 970-10-5753-8.
- Hernández-Rodríguez, O., López-Fernández, J., Quintero-Rivera, A. H., & Velázquez-Estrella, A. (2020). The influence of realistic mathematics education outside the Netherlands—the case of Puerto Rico. In L. M. Steen, R. K. P. Hoeken, & M. S. de Lange (Eds.), *International reflections on the Netherlands didactics of mathematics* (pp. 297-324). Springer Open.
- Hilton, P. (1983). Do we still need to teach fractions? In M. Zweny, T. Green, J. Kilpatrick, H. Pollak, & M. Suydam (Eds.), *Proceedings of the fourth International Congress on Mathematical Education* (pp. 37-41). Birkhauser.
- Hurtado Orduz, M. E. (2012). *Una propuesta para la enseñanza de fracciones en el grado sexto* [Master's thesis, Facultad de Ciencias].
- Itzigsohn, J. (1964). Prólogo. En L. Vigotsky, *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires: Editorial Lautaro. Recuperado de <https://abacoenred.org/wp-content/uploads/2015/10/Pensamiento-y-Lenguaje-Vigotsky-Lev.pdf>
- Ivars, P., Buforn, À., & Llinares, S. (2016). Características del aprendizaje de estudiantes para maestro de una trayectoria de aprendizaje sobre las fracciones para apoyar el desarrollo de la competencia “mirar profesionalmente”. *Acta Scientiae*, 18(4).

- Ivars, P., Fernández-Verdú, C., & Llinares, S. (2017). Uso de una trayectoria de aprendizaje sobre fracciones para desarrollar la competencia mirar profesionalmente. *ResearchGate*. https://www.researchgate.net/profile/Salvador-Ciscar/publication/320505067_USO_DE_UNA_TRAYECTORIA_DE_APRENDIZAJE SOBRE FRACCIONES PARA DESARROLLAR LA COMPETENCIA MIRAR PROFESIONALMENTE Using a learning trajectory for fractions to develop the skill of noticing/links/59e8cb99a6fdccfe7f9720a3/USO-DE-UNA-TRAYECTORIA-DE-APRENDIZAJE-SOBRE-FRACCIONES-PARA-DESARROLLAR-LA-COMPETENCIA-MIRAR-PROFESIONALMENTE-Using-a-learning-trajectory-for-fractions-to-develop-the-skill-of-noticing.pdf
- Ivars, P., González-Forte, J. M., & Fernández-Verdú, C. (2017). Un experimento de enseñanza para aprender a mirar profesionalmente usando una trayectoria de aprendizaje sobre fracciones. *Investigación en docencia universitaria. Diseñando el futuro a partir de la innovación educativa*, 294-304.
- Jakobsen, A., Ribeiro, C. M., & Mellone, M. (2014). Norwegian prospective teachers' MKT when interpreting pupils' productions on a fraction task. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 19(3-4), 135-150.
- Jmd. (2018). *APOS theory (del aprendizaje de las matemáticas)*. Recuperado de: <http://www.matetam.com/glosario/definicion/apos-theory-del-aprendizaje-matematicas>
- Kerslake, D. (1986). *Fractions: Children's errors and strategies*. NFER/Nelson.
- Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101-144). ERIC/SMEAC.
- Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. A. Lesh (Ed.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101-144). ERIC/SMEAC.
- Kieren, T. E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 49-84). Erlbaum.
- Kribs-Zaleta, C. M. (2006). Estrategias construidas para la división de fracciones. En *Investigación en educación matemática: Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 154-160). Huesca: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

- Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp. 91-125). New York: Academic Press. Recuperado de: http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/83_1.html
- Legarreta, I. B. (2017). *Las TIC como recurso para la enseñanza de las fracciones en segundo de Primaria*. Universidad la Rioja.
- Ley Número 85-2018. “Ley de Reforma Educativa de Puerto Rico”. 29 de marzo de 2018, según enmendada. Recuperado de: www.ogp.pr.gov
- Litwiller, B., & Bright, G. (2002). *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics). Reston, VA: NCTM.
- López Carretero, A. (1987). ¿Porqué y cómo enseñar fracciones? *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Cuadernos de pedagogía*, 148, 44-49.
- López, A., & Elosua, P. (2002). Formulación y validación de un modelo logístico lineal para la tarea de adición y sustracción de fracciones y números mixtos. *Psicothema*, 14(4), 802-809.
- López, C. P. C. (2018). Fracciones a través del aprendizaje situado. *Cultura Científica*, (16), 134-145.
- Luján, B. I. S., & Segura, R. A. M. (2019). Competencias matemáticas en fracciones en alumnos de nuevo ingreso a nivel universitario. *In Crescendo*, 9(3), 525-539.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' knowledge of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Magdaleno, J. E., Zinzun, A. S., & Zinzun, R. S. (2016). Estado del Arte de Aprendizaje de Fracciones con M-Learning.
- Maia, L., Câmara, M., & Câmara, P. (1991). Repensando a aprendizagem de frações: uma experiência pedagógica. Recife-Brasil SPEC/PADCT/CAPES/MEC.
- Maldonado, C. E. M., & Miranda, J. D. D. V. (2022). La enseñanza de fracciones a través de material concreto: una revisión bibliográfica: Núm. 3CP22-15. *Memorias de Ciencia y Tecnología*, 2(1), 30-31.
- Marczewski, A. (2013). *Gamification: A Simple Introduction*. Andrzej Marczewski.

- Marín, Y. M. A., Salgado, A. M., & Villalba, M. D. C. M. (2019). Adición entre fracciones como parte de un todo utilizando el juego con regletas A3. *Panorama*, 13(25), 39-49.
- Martínez, C., & Lascano, M. (2001). Acerca de dificultades para la enseñanza y el aprendizaje de las fracciones. *Revista EMA*, 6(2), 156-179.
- Maza Gómez, C. (1999). Equivalencia y orden: la enseñanza de la comparación de fracciones. *Suma*.
- Mejía P., M. F. (2018). Reflexiones en torno al uso de materiales y recursos didácticos para la enseñanza de las fracciones. In *XIV Coloquio Regional de Matemáticas y IV Simposio de Estadística*, 9, 10 y 11 de Mayo de 2018, Pasto, Colombia.
- Mejía Rodríguez, F. (2012). Dinamización Matemática, Estrategias para resolver problemas con fracciones de fracciones. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 32, 135-146.
- Metro, Puerto Rico. (2022). Pruebas META revelan caída en el desempeño académico tras el “lockdown”.
- Meza, A., & Barrios, A. (2010). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones*. Recuperado de <https://core.ac.uk/download/pdf/12341642.pdf>
- Ministerio de Educación de Chile. (2009). *Objetivos fundamentales y contenidos mínimos obligatorios de la educación básica y media* (Actualización 2009). Recuperado de <https://peib.mineduc.cl/wp-content/uploads/2018/05/Objetivos-fundamentales-y-contenidos-mi%CC%81nimos-obligatorios-de-la-educacio%CC%81n-Actualizacio%CC%81n-2009-.pdf>
- Molina, L. J. (2019). Enseñanza de la fracción parte-todo, desde la resolución de problemas. *Educación y Ciencia*, 23, 589-604.
- Morales, A. (2019, May 22). "Conceptualización". En *Significados.com*. Disponible en: <https://www.significados.com/conceptualizacion>
- Morales, D. J. (2018). Estrategias metacognitivas en docentes para la enseñanza de la resolución de problemas de fracción como parte-todo y su praxis. *Revista Espacios*, 39(46).
- Motrel Lázaro, E. (2022). *Numicon como material manipulativo en la enseñanza-aprendizaje de fracciones*. Recuperado de <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/52378>
- Moya, M. (2013, January/February). The Pillars of Education and Interculturality. *Global Education Magazine*, 2.

- Murillo Arboleda, S. (2020). Un estudio de casos con situaciones problemas enmarcadas en la Educación Matemática Realista para promover los significados del número fraccionario (cociente, medida y razón) en quinto grado de primaria. Universidad del Valle.
- NAP (Núcleos de aprendizajes Prioritarios). (2005). Consejo Federal de Cultura y Educación, Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología, Buenos Aires: MECyT.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). *Principios para la acción: Resumen ejecutivo*.
- Newstead, K., & Murray, H. (1998). Young students' constructions of fractions. En A. Olivier & K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 295-302). Stellenbosch, Sudáfrica.
- Nye, B., Konstantopoulos, S., & Hedges, L. V. (2004). How large are teacher effects? *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 26(3), 237-257.
- Ochoa-Martínez, O. L., & Díaz-Neri, N. M. (2021). Implementación de una narrativa digital para facilitar el aprendizaje de fracciones en la escuela primaria. *Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación*, 11(3), 533-544.
- Ordoñez Alfonso, M. F., Soriano Castañeda, S. M., & León García, H. (2019). Uso de la gamificación en la conceptualización de fracciones y proporciones dirigido a estudiantes de la fundación Maun.
- Ortiz Rodríguez, J. A. (2016). Reconceptualización del término equivalencia en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones comunes.
- Parra Álvarez, M. Á., & Flores Macías, R. D. C. (2008). Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones. *Educación matemática*, 20(1), 31-52.
- Parra Cortés, D. M., & Hernando Carmona-Ramírez, L. (2021). Implementación de un método gráfico para la enseñanza de las fracciones. *Números: revista de didáctica de las matemáticas*.
- Pazos, L. (2009). Las fracciones son un problema. *Revista que hacer educativo, didáctica y prácticas docentes*, (97), 6.
- Pearn, C., & Stephens, M. (2004). Why you have to probe to discover what Year 8 students really think about fractions. En Putt, I.; Faragher, R; & McLean, M. (Eds.), *Mathematics education for the third millennium: Towards 2010* (Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia), 430-437.
- Perera, P. B., & Valdemoros, M. E. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria.

- Pérez, A., Vásquez N., Toledo, F., & Lagos, I. (2016). Educación Matemática Realista: Un enfoque para la apropiación de aprendizajes significativos sobre funciones en tercer año medio. *Universidad de Concepción, Campus Los Ángeles. XX Jornadas de Educación Matemática.*
- Pérez, M. A., Rincón, E. G., & Domínguez, Á. (2012). La visualización y el aprendizaje colaborativo en la enseñanza de fracciones.
- Piaget, J., Inhelder, B., & Szemiska, A. (1960). *The Child's Conception of Geometry*. New York, Estados Unidos: Harper & Torchbooks.
- Piaget, Jean. “Psicología de la Primera Infancia” en Katz, David. *Manual de Psicología*. Madrid: Morata. 1963. Estudios de Psicología Genética. Buenos Aires: Emecé Editores. 1973. Psicología de la Inteligencia. Psique: Buenos Aires. 1984. Psicología y Pedagogía. Buenos Aires: Sudamericana-Planeta. 1985. Prefacio en Comenio J. A. *Páginas Escogidas*. Buenos Aires: AZ Editora. ORCALC Ediciones UNESCO. 1996
- Pinzón, J. E. D. (2016). Aplicación PhET: estrategia de enseñanza-aprendizaje de fracciones equivalentes. *Revista Criterios*, 23(1), 99-111.
- Pinzón, J. E. D. (2017). Importancia de la simulación PhET en la enseñanza y aprendizaje de fracciones equivalentes. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 11(1), 48-63.
- Post, T., Cramer, K., Behr, M., Lesh, R., & Harel, G. (1993). Curriculum implications of research on the learning, teaching, and assessing of rational number concepts. En T. Carpenter, E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 327–361). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Pozo, I. (1990). Estrategias de aprendizaje. En C. Coll, A. Marchesi y J. Palacios (Comp.), *Desarrollo psicológico y educación. Psicología de la Educación* (pp. 199-224). Madrid: Alianza.
- Pruzzo de Di Pego, Vilma. *La biografía del fracaso*. Buenos Aires: Editorial Espacio. 1999. “Las prácticas de la enseñanza que dificultan la comprensión” en *Anuario de la Facultad de Ciencias Humanas*. UNLPam. 2004, Año VI, N° 6, Buenos Aires. Evaluación Curricular: Evaluación para el aprendizaje. Una propuesta para el Proyecto Curricular Institucional. Buenos Aires: Editorial Espacio. 2006. “Las tensas relaciones entre Didáctica y las Didácticas” en *Revista Praxis Educativa*. 2007, Año 11, N°XI, Buenos Aires: Miño y Dávalos.
- Pruzzo, V. (2012). Las Fracciones: ¿Problema de Aprendizaje o Problemas de la Enseñanza? Universidad Nacional de La Pampa, Facultad de Ciencias Humanas. *Revista Pilquen, Sección Psicopedagogía*, Año XIV, N° 8, 2012.

- Pruzzo, Vilma y Nosei, Cristina. "Alumnos que no aprenden Historia: ¿Problema de la Didáctica?" en Revista Praxis Educativa. 2008, Año XII, N° 12. Buenos Aires: Miño y Dávalos.
- Rau1, M. A., & Matthews, P. G. (2017). How to make 'more' better? Principles for effective use of multiple representations to enhance students' learning about fractions. *ZDM Mathematics Education*, 49(4), 531–544. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0846-8>
- Regader, B. (2019). La Teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner. Recuperado de: <https://psicologiamente.com/inteligencia/teoria-inteligencias-multiples-gardner>
- Reséndiz-Balderas, E., & González-Salazar, C. A. (2018). Enseñanza de fracciones en tercer grado de primaria: análisis del discurso y prácticas pedagógicas. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades SOCIO TAM*, 28(1), 109-138.
- Riddle, M., & Rodzwell, B. (2000). Fractions: What happens between kindergarten and the army? *Teaching Children Mathematics*, 7(4), 202–206.
- Ríos-Cuesta, W. (2021). Aplicación de las representaciones gráficas y la visualización a la resolución de problemas con fracciones: una transición hacia el algoritmo. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (63), 196-222.
- Rodríguez, C. A. H., & Ramírez, A. B. (2020). Contenidos de enseñanza de fracciones en 6to de primaria, México: Un análisis interconductual. *Revista de investigación en psicología*, 23(1), 127-144.
- Rodríguez, J. A., González-Calero, J. A., & Cózar, R. (2018). Diseño de un estudio exploratorio para la aplicación de técnicas de analíticas de aprendizaje en la enseñanza de las fracciones en 5° curso de Educación Primaria. *Magister*, 30(1 y 2), 29-42.
- Rodríguez, P. de la C., & Olfos, R. (2018). Instrumentos consistentes para la enseñanza de fracciones en 4o. grado. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 20(1), 48-58. <https://doi.org/10.24320/redie.2018.20.1.1358>
- Rodríguez, P., & Navarrete, C. A. (2020). Influencia del conocimiento profundo del profesor sobre fracciones en el aprendizaje de alumnos de 4o. grado. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 22, e10, 1-18.
- Román, M., Valentín, H., Vargas, M., & Rosario, L. (2016). Marco Curricular del Programa de Matemáticas. Hato Rey, Puerto Rico: DEPR.
- Sáenz-Ludlow, A. (2016). Una cadena colectiva de significación en la conceptualización de fracciones. Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas, 193-235.
- Sawyer, B., & Smith, P. (2008). Serious Games Taxonomy. Serious Games Summit 2008.

- Singen-Freeman, K.E., & Goswami, U. (2001). Does half a pizza equal half a box of chocolates? Proportional matching in an analogy task. *Cognitive Development*, 16, 811-829.
- Solano, L. A. C., Montpellier, O. D., Pluvinae, F. C., & Carrión, V. L. (2011). El sonido de las fracciones: una propuesta interdisciplinaria de enseñanza. *Suma. Revista Para La Enseñanza y El Aprendizaje de Las Matemáticas*, 68, 107-113.
- Stelzer, F., Andrés, M. L., Canet-Juric, L., Introzzi, I., & Urquijo, S. (2016). Relaciones entre el conocimiento conceptual y el procedimental en el aprendizaje de las fracciones. *Cuadernos de investigación educativa*, 7(1), 13-27.
- Stelzer, F., Andrés, M. L., Introzzi, I., Canet-Juric, L., & Urquijo, S. (2019). El conocimiento de las fracciones. Una revisión de su relación con factores cognitivos. *Interdisciplinaria*, 36(2), 185-201.
- Streefland, L. (1986). Rational analysis of realistic mathematics education as a theoretical source for psychology. Fractions as a paradigm. *European Journal of Psychology of Education*, 1(2), 67-83.
- Streefland, L. (1991). Fractions in realistic mathematics education: A paradigm of developmental research. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publications.
- Streefland, L. (1991). Fractions in realistic mathematics education. A paradigm of development research. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. <http://dx.doi.org/10.1007/978-94-011-3168-1>
- Streefland, L. (1993). Fractions: A Realistic Approach. En T.P. Carpenter, E. Fennema, T.A. Romberg (eds), *Rational Numbers. An Integration of Research*. Nueva Jersey, Estados Unidos: University of Wisconsin Madison Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
- Ticona Ilaja, M. A. (2018). *Tutor web para la enseñanza de fracciones en primero de secundaria a través de las figuras geométricas* (Doctoral dissertation).
- Ulloa, F. J. J., & Marentes, P. E. C. (2018). *La integración de los dispositivos móviles. Kahoot! Una estrategia didáctica para la evaluación de matemáticas en el nivel superior (ingenierías) / The integration of mobile devices. Kahoot! A didactic strategy for mathematics assessment in college (engineering)*. *Revista Mica*, 1(1).
- Usiskin, Z. (1979). *The future of fractions*. *Arithmetic Teacher*, 27(5), 18-20.
- Valdemoros, M. E. (2010). Dificultades experimentadas por el maestro de primaria en la enseñanza de fracciones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, RELIME, ISSN 1665-2436, Vol. 13, N°. 4, 2, 2010, págs. 423-440.
- Valdemoros, M. E., & Ruiz, E. F. (2008). Reconocimiento de algunas dificultades en la práctica docente sobre la enseñanza de fracciones: Estudio de caso.

- Valenzuela, C., Figueras, O., Vera, D. y Gutiérrez-Soto, J. (2016). Hacia un modelo de enseñanza para las fracciones basado en el uso de applets. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Edma 0-6: Educación Matemática en la Infancia, ISSN-e 2254-8351, Vol. 5, N°. 2, 2016, págs. 1-20.
- Vanhille, L.S., & Baroody, A.J. (2002). Fraction instruction that fosters multiplicative reasoning. En B. Litwiller (Ed.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions: NCTM 2002 Yearbook* (pp. 224-236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Vargas Delgadillo, Y. M. (2016). Elementos fundamentales para la conceptualización de fracción, con ayuda del software educativo cuadernia para estudiantes del grado 4° de primaria de la Institución Educativa Niño Jesús De Praga.
- Vega Cerón, D. Y., & Sánchez Chía, L. F. (2022). Diseño e implementación de un cuaderno digital en la enseñanza de suma y resta de fracciones en el curso 601 de la Institución Educativa José María Potier Chita-Boyacá (Doctoral dissertation, Universidad de Cartagena).
- Vergara, C. (2017). Vygotsky y la teoría sociocultural del desarrollo cognitivo. Recuperado de: <https://www.actualidadenpsicologia.com/vygotsky-teoria-sociocultural/>
- Vergara, R. y Gómez, A. (2019). GAMIFICACIÓN UN MUNDO PARA EDUCAR. Historia de la gamificación. Recuperado de: <https://matematicas69026909.wordpress.com/2019/12/06/historia-de-la-gamificacion/>
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. En R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). New York, NY: Academic Press.
- Vygotsky, L. S. (1934). *Pensamiento y lenguaje*. Editorial.
- Yanik, H., Helding, B., & Baek, J. (2006). Students' difficulties in understanding fractions as measures. En Alatorre, S.; Cortina, J.; Sáiz, M.; y Méndez, A. (Eds.) *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional. pp. 323-325.
- Zakaryan, D., & Ribeiro, M. (2017). Conocimiento de la enseñanza de números racionales: una ejemplificación de relaciones. ResearchGate. Zetetiké, Campinas, SP, v.24, n.3, set./dez.2016, p.301-321. DOI: <http://dx.doi.org/10.20396/zet.v24i3.8648095>
- Zerman, M. (1991). The part-whole schema in the conceptualization of fractions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 10(3),251-259.
- Zichermann, G., & Cunningham, C. (2011). *Gamification by design: Implementing game mechanics in web and mobile apps*. O'Reilly Media.

Apéndices

Apéndice A: Certificados de CITI





Completion Date 20-Feb-2023
Expiration Date N/A
Record ID 54506081

This is to certify that:

Miguel Angel Delgado Fernandez

Has completed the following CITI Program course:

COVID-19: Public Training Series
(Curriculum Group)
COVID-19: Back to Campus (2020-2023)
(Course Learner Group)
1 - Basic
(Stage)

Not valid for renewal of
certification through CME.

Under requirements set by:

Inter American University of Puerto Rico

CITI
Collaborative Institutional Training Initiative

101 NE 3rd Avenue, Suite 320
Fort Lauderdale, FL 33301 US
www.citiprogram.org

Verify at www.citiprogram.org/verify/?wc5edffaf-3bfe-4a3b-b10c-d72a49e06ab4-54506081



Completion Date 20-Feb-2023
Expiration Date N/A
Record ID 54506084

This is to certify that:

Miguel Angel Delgado Fernandez

Has completed the following CITI Program course:

COVID-19: Public Training Series
(Curriculum Group)
COVID-19: Insights for Higher Ed Leaders
(Course Learner Group)
1 - Basic
(Stage)

Not valid for renewal of
certification through CME.

Under requirements set by:

Inter American University of Puerto Rico

CITI
Collaborative Institutional Training Initiative

101 NE 3rd Avenue, Suite 320
Fort Lauderdale, FL 33301 US
www.citiprogram.org

Verify at www.citiprogram.org/verify/?wa0cf1496-e630-411c-aa99-988883321417-54506084



Completion Date 20-Feb-2023
Expiration Date N/A
Record ID 54506086

This is to certify that:

Miguel Angel Delgado Fernandez

Has completed the following CITI Program course:

COVID-19: Public Training Series
(Curriculum Group)
Mental Health for Higher Ed and Healthcare
(Course Learner Group)
1 - Basic
(Stage)

Not valid for renewal of
certification through CME.

Under requirements set by:

Inter American University of Puerto Rico

CITI
Collaborative Institutional Training Initiative

101 NE 3rd Avenue, Suite 320
Fort Lauderdale, FL 33301 US
www.citiprogram.org

Verify at www.citiprogram.org/verify/?w36249c08-9905-49ad-bed2-55bde78eeffb-54506086



Completion Date 20-Feb-2023
Expiration Date N/A
Record ID 54506083

This is to certify that:

Miguel Angel Delgado Fernandez

Has completed the following CITI Program course:

COVID-19: Public Training Series
(Curriculum Group)
Participating in Vaccine Research
(Course Learner Group)
1 - Basic
(Stage)

Not valid for renewal of
certification through CME.

Under requirements set by:

Inter American University of Puerto Rico

CITI
Collaborative Institutional Training Initiative

101 NE 3rd Avenue, Suite 320
Fort Lauderdale, FL 33301 US
www.citiprogram.org

Verify at www.citiprogram.org/verify/?wd3562496-b225-4857-bfd1-c18fc3c34ca-54506083



Completion Date 20-Feb-2023
Expiration Date 20-Feb-2024
Record ID 54506082

This is to certify that:

Miguel Angel Delgado Fernandez

Has completed the following CITI Program course:

COVID-19: Public Training Series
(Curriculum Group)
Remote Contact Tracing
(Course Learner Group)
1 - Basic Course
(Stage)

Not valid for renewal of
certification through CME.

Under requirements set by:

Inter American University of Puerto Rico

CITI
Collaborative Institutional Training Initiative

101 NE 3rd Avenue, Suite 320
Fort Lauderdale, FL 33301 US
www.citiprogram.org

Verify at www.citiprogram.org/verify/?wa0fa6b30-4186-4213-ac75-5f0ad5977f42-54506082



Completion Date 20-Feb-2023
Expiration Date N/A
Record ID 54506085

This is to certify that:

Miguel Angel Delgado Fernandez

Has completed the following CITI Program course:

COVID-19: Public Training Series
(Curriculum Group)
What You Need to Know About COVID-19 Vaccine
(Course Learner Group)
1 - Basic
(Stage)

Not valid for renewal of
certification through CME.

Under requirements set by:

Inter American University of Puerto Rico

CITI
Collaborative Institutional Training Initiative

101 NE 3rd Avenue, Suite 320
Fort Lauderdale, FL 33301 US
www.citiprogram.org

Verify at www.citiprogram.org/verify/?waff1e0dc-01a1-4629-9ac1-a625fc9a9d9d-54506085

Apéndice B: Carta de Autorización de Casa Editorial Santillana



11 de mayo de 2023

Miguel Ángel Delgado Fernández

Maestro de Matemáticas de la Escuela Superior Isidro A. Sánchez, Luquillo

Estudiante del Programa Doctoral en Educación con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas, Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán

Estimado Prof. Delgado:

Reciba un saludo cordial.

Gracias por informarnos de su interés en utilizar nuestro contenido del libro de Pre-álgebra en su investigación doctoral, bajo el tema de la tesis “El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado”. Lo autorizamos a utilizarlo reconociendo el uso como referencia del contenido de Ediciones Santillana Inc. en la tesis y en el módulo impreso (crédito).

Se le concede este permiso de uso únicamente para los fines indicados en su correo y agradeceremos que nos envíe una copia del módulo didáctico y su versión en *Kahoot*.

Le deseamos éxito en su tesis.

Saludos,

Yamilet Soto Colom

Directora de Contenidos

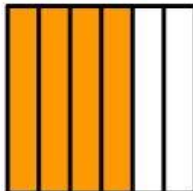
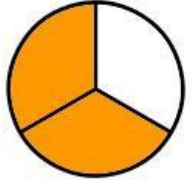

$$\frac{2}{6}$$

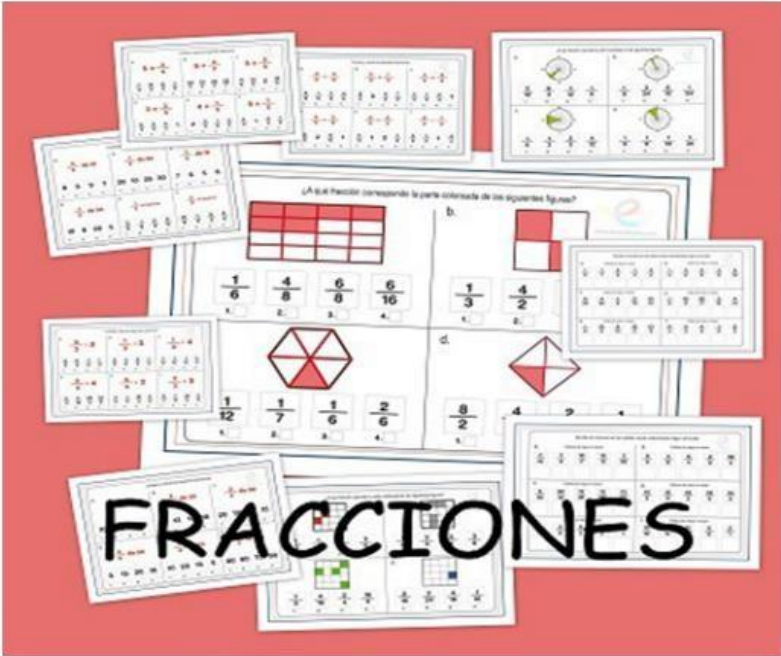
$\frac{2}{6} \rightarrow$ Numerador
 $\frac{2}{6} \rightarrow$ Denominador

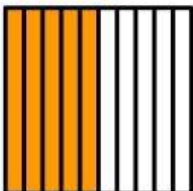
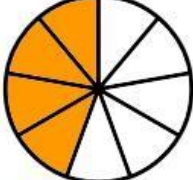
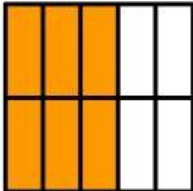

$$\frac{1}{8}$$

$$+$$
$$\frac{3}{8}$$
$$=$$

$$\frac{4}{8}$$

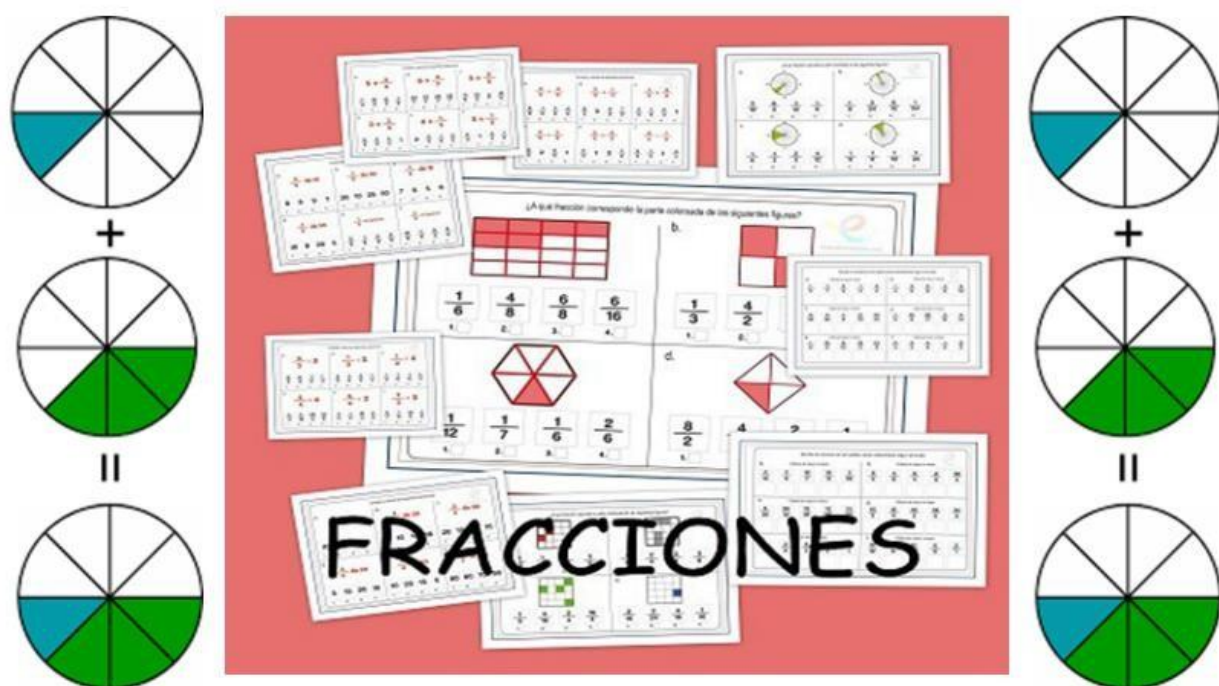






MÓDULO DE FRACCIONES

Por:
Miguel Ángel Delgado Fernández
Referencia:
PRE-ÁLGEBRA (2013), Ediciones Santillana, Inc.



Objetivo: Este módulo se creó con el objetivo de facilitar de manera alterna al módulo del Departamento de Educación, el proceso de aprendizaje en los estudiantes con respecto a las operaciones con fracciones.

Introducción

Las fracciones se utilizan para nombrar la parte de un todo. Las partes de la fracción se presentan a continuación. Sea $\frac{12}{9}$ una fracción, la parte superior se conoce como **numerador** y la parte inferior se conoce como **denominador**.

$$\frac{12}{9}$$

Vocabulario matemático

- **Fracción** – Una fracción es un número expresado en la forma $\frac{a}{b}$, en donde **a** y **b** son números enteros, y **b** $\neq$ 0.

- **Fracción impropia** – Una fracción impropia es una fracción en la cual el numerador es mayor o igual que el denominador.

Ejemplo: $\frac{5}{4}$ y $\frac{3}{3}$

- **Fracción propia** – Fracción en la cual el numerador es menor que el denominador.

Ejemplo: $\frac{2}{3}$

- **Fracciones homogéneas** – Fracciones que tienen el mismo denominador.

Ejemplo: $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$

- **Fracciones heterogéneas** – Fracciones que tienen denominadores distintos.

Ejemplo: $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$

- **Denominador común** – Múltiplo común de los denominadores de dos fracciones o más.

Ejemplo:

○ El denominador común de $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{8}$ es 8.

○ El denominador común de $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ es 6.

La conversión de fracciones impropias en números mixtos o en enteros



Un Número Mixto consiste en un número entero diferente de **0** y una fracción propia.



❖ Toda fracción impropia se puede expresar como un número mixto o como un entero.

Ejemplo #1: Convertir una Fracción Impropia a un Número Mixto.

Paso 1	Paso 2	Paso 3
Divide el <u>numerador</u> entre el <u>denominador</u> .	Escribe el <u>cociente</u> como un número entero.	Escribe la fracción.
$\frac{17}{5} = 5 \overline{)17}$ $\begin{array}{r} 3 \\ 5 \overline{)17} \\ \underline{-15} \\ 2 \end{array}$	3	$\frac{\text{Residuo}}{\text{Divisor}} = \frac{2}{5}$ Por lo tanto, $\frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

Convertir un Número Mixto en una Fracción Impropia.

Paso 1	Paso 2	Paso 3
Multiplica el número entero por el <u>denominador</u> .	Suma ese producto con el <u>numerador</u> .	Escribe la <u>suma</u> como el <u>numerador</u> de la fracción y el <u>denominador</u> original.
$3\frac{2}{5}$ $3 \times 5 = 15$	$15 + 2 = 17$	$\frac{17}{5}$

Ejemplo #2: Convertir una Fracción Impropia a un Número Mixto.

Paso 1	Paso 2	Paso 3
Divide el numerador entre el denominador.	Escribe el cociente como un número entero.	Escribe la fracción.
$\begin{array}{r} 5 \\ 4 \overline{) 23} \\ \underline{-20} \\ 3 \end{array}$	5	$\frac{\text{Residuo}}{\text{Divisor}} = \frac{3}{4}$ Por lo tanto, $\frac{23}{4} = 5\frac{3}{4}$

Convertir un Número Mixto en una Fracción Impropia.

Paso 1	Paso 2	Paso 3
Multiplica el número entero por el denominador.	Suma ese producto con el numerador.	Escribe la suma como el numerador de la fracción y el denominador original.
$5\frac{3}{4}$ $5 \times 4 = 20$	$20 + 3 = 23$	$\frac{23}{4}$

Práctica:

A. Escribe cada fracción como un número mixto o como un entero.

1. $\frac{75}{4}$ 2. $\frac{12}{5}$ 3. $\frac{8}{7}$ 4. $\frac{251}{3}$ 5. $\frac{77}{7}$

B. Escribe cada número mixto como una fracción impropia.

1. $8\frac{2}{5}$ 2. $17\frac{1}{3}$ 3. $24\frac{2}{7}$ 4. $13\frac{1}{2}$ 5. $18\frac{2}{9}$

C. Resuelve:



1. El Sr. Delgado compró **84** lápices, y los va a repartir en cantidades iguales a sus **27** estudiantes.

- ¿Cuántos lápices le tocarán a cada estudiante?

- ¿Cuántos lápices sobrarán?

2. Los estudiantes del grupo prepararán unos dibujos con motivo de la celebración de la Semana de las Matemáticas. Ellos tienen **25** yardas de papel de estraza, y necesitan **2** yardas para cada dibujo.

- ¿Cuántos dibujos podrán hacer?

- ¿Cuántas yardas sobrarán?

La multiplicación de fracciones

La multiplicación de una fracción por un cardinal

Miguel tiene que vender **24** chocolates para recaudar fondos para su equipo de pelota. Él ya ha vendido una cuarta parte de los chocolates.

¿Cuántos chocolates ha vendido ya?

Para saberlo, tenemos que buscar cuánto es la cuarta parte de **24**, o sea $\frac{1}{4}$ de **24** = $\frac{1}{4} \times 24$. Si te fijas, la cuarta parte de **24** es **6**.

$$\text{Nota que } \frac{1}{4} \times 24 = \frac{24}{4} = 6.$$

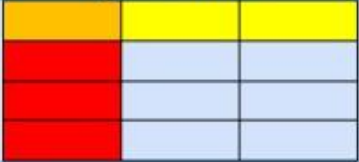
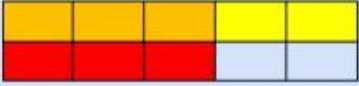
Observa el cuadro siguiente:

Frase	Operación matemática
$\frac{1}{4}$ de 1	$\frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$ de 2	$\frac{1}{4} \times 2 = \frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2}$
$\frac{2}{3}$ de 3	$\frac{2}{3} \times 3 = \frac{6}{3} = 2$

La multiplicación de una fracción por otra

Cuando multiplicas dos fracciones, puedes usar varios métodos para realizar la operación. Alguno de ellos son los siguientes:

Usar un modelo rectangular

Operación	Representación geométrica	Resultado
$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$		$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$		$\frac{3}{10}$

En ambas representaciones geométricas, se observa que la intersección entre los colores amarillo y rojo es el resultado, lo cual es el color anaranjado.

Ejemplo 1

Multiplica y, luego, simplifica el producto

$$\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{5 \times 7} = \frac{6}{35}$$

$$7\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{15 \times 3}{2 \times 4} = \frac{45}{8}$$

Aquí el Número Mixto se cambia a Fracción Impropia y luego se multiplica normalmente numeradores y denominadores entre sí.

Ejemplo 2

Simplifica los factores y, luego multiplica

$$\frac{2}{3} \times \frac{9}{16} = \frac{2 \div 2}{3 \div 3} \times \frac{9 \div 3}{16 \div 2} = \frac{1}{1} \times \frac{3}{8} = \frac{1 \times 3}{1 \times 8} = \frac{3}{8}$$

Práctica:

A. Representa, con un modelo rectangular, cada producto.

1. $\frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$

2. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$

3. $2\frac{1}{7} \times \frac{3}{4}$

4. $\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{2}$

5. $\frac{5}{8} \times 2$

B. Multiplica y simplifica las siguientes fracciones:

1. $\frac{3}{7} \times 21$

2. $\frac{3}{4} \times 8$

3. $2\frac{1}{5} \times \frac{25}{26}$

4. $\frac{14}{15} \times \frac{2}{3}$

5. $\frac{27}{35} \times \frac{21}{9}$

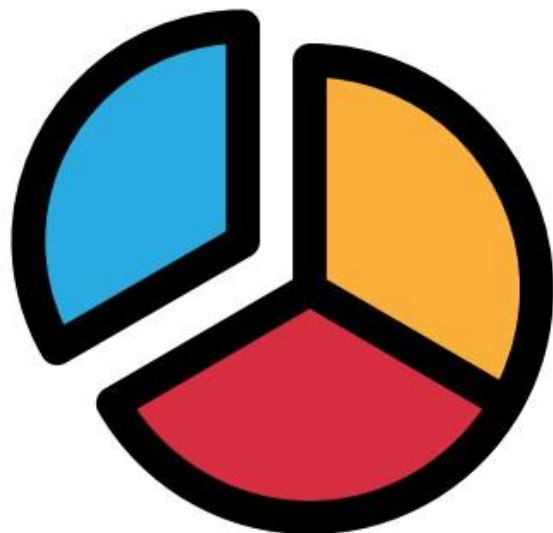
C. Resuelve:

1. Miguel tiene ahorrados \$50. Él gastará $\frac{4}{5}$ de sus ahorros en un radio y el resto, en peces para su pecera.

- ¿Cuánto dinero gastará Miguel en el radio? ¿y en los peces?
-

2. Yashira quiere hacer tres faldas para usarlas en las actividades que se llevarán a cabo durante la Semana de las Matemáticas. Para cada falda, necesita $\frac{3}{4}$ yarda de tela.

- ¿Cuántas yardas de tela debe comprar?
-



La división de fracciones

Miguel tiene 8 yardas de tela para hacer varias banderas de países de América. ¿Cuántas banderas puede hacer con las 8 yardas si necesita $\frac{1}{3}$ yarda de tela para cada una?

Para saberlo, necesitas encontrar cuántos $\frac{1}{3}$ hay en 8. Hay que hallar $8 \div \frac{1}{3} = 24$. Con cada yarda, se pueden hacer 3 banderas, entonces con 8 yardas puedes hacer $8 \times 3 = 24$ banderas.

Por lo tanto, $8 \div \frac{1}{3} = 24$.

Puedes ver que $8 \div \frac{1}{3} = 24$, y que $8 \times 3 = 24$. En ambos casos, el resultado es el mismo.

Para dividir fracciones, debes cambiar el enunciado de división por uno de multiplicación. Debes encontrar, entonces, el recíproco de la segunda fracción.

Dos números son **recíprocos**, si su producto es 1.

Ejemplo 1

Numero	Recíproco	Producto
$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{10} = 1$
3	$\frac{1}{3}$	$3 \times \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

¿Cuánto es $18 \div \frac{1}{9}$?

Cuando divides un número entero entre una fracción, debes multiplicar el número entero por el recíproco de la fracción.

Ejemplo 2

$$7 \div \frac{1}{4} = 7 \times \frac{4}{1} = 7 \times 4 = 28$$

$$6 \div \frac{2}{3} = 6 \times \frac{3}{2} = \frac{6}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{6 \times 3}{1 \times 2} = \frac{18}{2} = 9$$

La división de una fracción entre otra

Cuando dividimos una fracción entre otra, multiplicamos la primera fracción por el recíproco de la segunda. Si son números mixtos, entonces, se cambian primero a fracciones impropias y, luego, se multiplica. Finalmente, se puede simplificar el producto.

Ejemplo 3

$$\frac{3}{8} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{8} \times \frac{7}{5} = \frac{3 \times 7}{8 \times 5} = \frac{21}{40}$$

$$14\frac{2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{(14 \times 3) + 2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{42 + 2}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{44}{3} \div \frac{1}{6} = \frac{44}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{44 \times 6}{3 \times 1} = \frac{264}{3} = 88$$

Práctica:

A. Escribe el recíproco de cada número.

1. $\frac{21}{23}$

2. $\frac{7}{8}$

3. 9

4. $4\frac{2}{7}$

5. 0

B. Divide y simplifica:

1. $\frac{11}{12} \div \frac{3}{4}$

2. $\frac{5}{8} \div \frac{4}{7}$

3. $4\frac{1}{2} \div 2$

4. $9 \div \frac{4}{5}$

5. $\frac{25}{36} \div \frac{1}{2}$

C. Resuelve:

1. Miguel necesita varios pedazos de tubo de $2\frac{1}{8}$ pies de largo y $\frac{3}{4}$ de diámetro. Cuando fue a la ferretería, compró un tubo de 12 pies.

- ¿Crees que puede obtener los pedazos que necesita del tubo que compró? Explica.

2. Yashira hizo 8 tazas de una mezcla de bizcocho. Ella va a hacer varios bizcochos pequeños de $\frac{2}{3}$ tazas de mezcla cada uno.

- ¿Cuántos bizcochos puede hacer ella?

- ¿Le sobrará mezcla? ¿Por qué?

La suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas

La suma de fracciones homogéneas

Yashira tiene una receta para hacer una bebida. Ella necesita $\frac{3}{4}$ de taza de jugo de china y $\frac{3}{4}$ de taza de jugo de piña.

¿Cuántas tazas tendrá la bebida en total?

Para saberlo, podemos sumar ambas cantidades, $\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$.

Tres cuartos de taza más tres cuartos de taza son una taza y dos cuartos de taza o su equivalente: una taza y media.

Por lo tanto,

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{4}{4} + \frac{2}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$$

La bebida tendrá $1\frac{1}{2}$ de tazas en total.

Cuando se suman fracciones homogéneas, el denominador del total será el mismo que el de las fracciones, y el numerador será la suma de los numeradores de las fracciones. Luego, se simplifica la fracción resultante, de ser necesario.

¿Cuántas tazas de jugo de limón tendrá $\frac{6}{4}$ de taza de una bebida que contiene $\frac{2}{4}$ de taza de jugo de china?

- ¿Qué operación matemática puedes hacer para encontrar esta cantidad?

Ejemplo 1

$$\frac{7}{15} + \frac{3}{15} = \frac{7+3}{15} = \frac{10}{15} = \frac{10 \div 5}{15 \div 5} = \frac{2}{3}$$

Ejemplo 2

$$\frac{13}{18} + \frac{4}{18} = \frac{13+4}{18} = \frac{17}{18}$$

Ejemplo 3

$$\frac{13}{20} + \frac{5}{20} + \frac{6}{20} = \frac{13+5+6}{20} = \frac{18+6}{20} = \frac{24}{20} = \frac{24 \div 4}{20 \div 4} = \frac{6}{5}$$

Ejemplo 4

$$\frac{15}{23} + \frac{12}{23} + \frac{4}{23} = \frac{15+12+4}{23} = \frac{27+4}{23} = \frac{31}{23} = 1\frac{8}{23}$$

Nota:

Las fracciones homogéneas tienen el mismo denominador y las heterogéneas tienen denominadores distintos.

Suma de fracciones homogéneas

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$c \neq 0$

La resta de fracciones homogéneas

Ejemplo 1

$$\frac{7}{15} - \frac{3}{15} = \frac{7-3}{15} = \frac{4}{15}$$

Ejemplo 2

$$\frac{13}{18} - \frac{4}{18} = \frac{13-4}{18} = \frac{9}{18} = \frac{9 \div 9}{18 \div 9} = \frac{1}{2}$$

Ejemplo 3

$$\frac{13}{20} - \frac{5}{20} - \frac{6}{20} = \frac{13-5-6}{20} = \frac{8-6}{20} = \frac{2}{20} = \frac{2 \div 2}{20 \div 2} = \frac{1}{10}$$

Ejemplo 4

$$\frac{15}{23} - \frac{12}{23} - \frac{4}{23} = \frac{15-12-4}{23} = \frac{3-4}{23} = \frac{-1}{23} = -\frac{1}{23}$$

Práctica

A. Suma o resta. Luego, simplifica.

1. $\frac{15}{8} + \frac{1}{8}$
2. $\frac{7}{12} + \frac{2}{12}$
3. $\frac{17}{25} + \frac{38}{25}$
4. $\frac{24}{35} + \frac{11}{35}$
5. $\frac{12}{15} + \frac{5}{15}$
6. $\frac{15}{42} - \frac{3}{42}$
7. $-\frac{19}{42} - \frac{12}{42}$
8. $\frac{9}{17} + \frac{4}{17} - \frac{13}{17}$
9. $\frac{8}{21} + \frac{7}{21} - \frac{6}{21}$
10. $\frac{12}{13} + \frac{2}{13} - \frac{1}{13}$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$



Nota:

Las fracciones homogéneas tienen el mismo denominador y las heterogéneas tienen denominadores distintos.

Resta de fracciones homogéneas

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

$$c \neq 0$$

La suma de fracciones heterogéneas

En una tienda de vídeos, se vendieron el lunes $\frac{2}{5}$ partes del total de vídeos que tiene la tienda. El martes, se vendió $\frac{1}{3}$ de parte.

¿Qué fracción del total de vídeos se vendió el lunes y el martes?

Debemos sumar $\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$. Como podrás ver, los denominadores de estas fracciones son diferentes.

Estas fracciones son heterogéneas. Para sumarlas, debemos hallar fracciones con denominadores iguales.

Estas fracciones son heterogéneas. Para sumarlas, debemos hallar fracciones equivalentes a estas y con el mismo denominador. Para sumar fracciones heterogéneas, sigue estos pasos:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$$

¿ Cómo se hace ?

Paso 1	Paso 2	Paso 3
Halla el mínimo común múltiplo de ambas fracciones. Puedes multiplicar los denominadores	Convierte cada fracción en una equivalente con denominador 15.	Suma las fracciones homogéneas
$\frac{2}{5} + \frac{1}{3}$ MCM (5 y 3) = 15	$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{15}$ $\frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{5}{15}$	$\frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$ $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{11}{15}$

El lunes y el martes, se vendieron $\frac{11}{15}$ de los vídeos.

Ejemplo 1

Suma: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{(1 \times 3) + (1 \times 2)}{2 \times 3} = \frac{3 + 2}{6} = \frac{5}{6}$$

Ejemplo 2

Suma: $\frac{1}{4} + \frac{5}{7}$

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{7} = \frac{(1 \times 7) + (5 \times 4)}{4 \times 7} = \frac{7 + 20}{28} = \frac{27}{28}$$

Ejemplo 3

Suma: $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{(2 \times 5) + (4 \times 3)}{3 \times 5} = \frac{10 + 12}{15} = \frac{22}{15} = 1 \frac{7}{15}$$

Ejemplo 4

Suma: $\frac{2}{15} + \frac{4}{21}$

$$\frac{2}{15} + \frac{4}{21} = \frac{(2 \times 21) + (4 \times 15)}{15 \times 21} = \frac{42 + 60}{315} = \frac{102}{315} = \frac{102 \div 3}{315 \div 3} = \frac{34}{105}$$

Nota:

Las fracciones homogéneas tienen el mismo denominador y las heterogéneas tienen denominadores distintos.

Suma de fracciones heterogéneas

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) + (c \times b)}{b \times d}$$

$$b \neq 0 / d \neq 0$$



La resta de fracciones heterogéneas

Ejemplo 1

Resta: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{(1 \times 3) - (1 \times 2)}{2 \times 3} = \frac{3 - 2}{6} = \frac{1}{6}$$

Ejemplo 2

Resta: $\frac{1}{4} - \frac{5}{7}$

$$\frac{1}{4} - \frac{5}{7} = \frac{(1 \times 7) - (5 \times 4)}{4 \times 7} = \frac{7 - 20}{28} = \frac{-13}{28} = -\frac{13}{28}$$

Ejemplo 3

Resta: $\frac{2}{3} - \frac{4}{5}$

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{(2 \times 5) - (4 \times 3)}{3 \times 5} = \frac{10 - 12}{15} = \frac{-2}{15} = -\frac{2}{15}$$

Ejemplo 4

Resta: $\frac{2}{15} - \frac{4}{21}$

$$\frac{2}{15} - \frac{4}{21} = \frac{(2 \times 21) - (4 \times 15)}{15 \times 21} = \frac{42 - 60}{315} = \frac{-18}{315} = \frac{-18 \div 9}{315 \div 9} = \frac{-2}{35} = -\frac{2}{35}$$

Nota:

Las fracciones homogéneas tienen el mismo denominador y las heterogéneas tienen denominadores distintos.

Resta de fracciones heterogéneas

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{(a \times d) - (c \times d)}{b \times d}$$

$b \neq 0 / d \neq 0$

$$\frac{5}{9} - \frac{7}{3}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{8}{6}$$

Práctica

A. Suma o resta. Luego, simplifica.

1. $\frac{2}{3} + \frac{4}{9}$ 2. $\frac{7}{18} + \frac{9}{20}$ 3. $\frac{7}{15} + \frac{3}{10}$ 4. $\frac{8}{21} + \frac{7}{35}$ 5. $\frac{8}{49} + \frac{8}{21}$

6. $\frac{24}{14} - \frac{25}{28}$ 7. $\frac{5}{54} - \frac{2}{45}$ 8. $\frac{3}{100} - \frac{1}{25}$ 9. $\frac{11}{16} - \frac{5}{24}$ 10. $-\frac{9}{16} - \frac{5}{64}$

B. Realiza las operaciones indicadas. Luego, simplifica.

1. $\frac{5}{18} - \frac{3}{24} + \frac{7}{30}$ 2. $\frac{8}{9} + \frac{5}{12} - \frac{17}{18}$ 3. $\frac{7}{15} + \frac{2}{3} + \frac{3}{10}$ 4. $\frac{9}{56} + \frac{11}{16} - \frac{3}{28}$ 5. $\frac{7}{9} - \frac{3}{18} + \frac{7}{27}$

6. $\frac{1}{6} + \frac{3}{5} + \frac{11}{15}$ 7. $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ 8. $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}$ 9. $\frac{11}{24} + \frac{7}{36} - \frac{5}{48}$ 10. $\frac{17}{60} - \frac{4}{15} + \frac{7}{30}$

C. Realiza las operaciones indicadas, siguiendo las reglas del orden de operaciones. Luego, simplifica.

1. $\left(\frac{6}{7} - \frac{1}{14}\right) \times \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9}\right)$ 2. $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{9}\right)$ 3. $\frac{3}{8} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right)$ 4. $\frac{7}{8} \times \left(\frac{9}{10} - \frac{3}{7} + \frac{2}{5}\right)$

5. $\frac{3}{4} \times \left(\frac{8}{9} + \frac{1}{36}\right)$ 6. $\frac{3}{14} \div \frac{5}{7} + \frac{4}{7}$ 7. $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4}\right)$ 8. $\left(\frac{8}{15} + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{5}\right)$

D. Resuelve:

1. Yashira tiene deficiencia de calcio. Su médico le recomendó que siguiera una dieta. Ella tiene que consumir diariamente un litro de leche o más. Un día de esta semana, ella desayunó cereal con $\frac{1}{4}$ de litro de leche. Al mediodía, se tomó $\frac{2}{3}$ de litro de leche con el almuerzo y, por la tarde, se tomó $\frac{1}{5}$ de litro de leche con la cena.

- ¿Consumió Yashira ese día la cantidad de leche diaria que su médico le recomendó? Explica.

2. El miércoles, Miguel leyó $\frac{1}{5}$ de su libro de matemáticas y el viernes $\frac{1}{3}$.

- ¿Qué parte del libro leyó durante esos días?

- Si el libro tiene 45 páginas, ¿cuántas páginas le faltan por leer?

La suma y resta de números mixtos

La suma de números mixtos

Yashira usó su computadora durante $5\frac{1}{2}$ horas el lunes, y $3\frac{1}{4}$ horas el miércoles. ¿Cuántas horas, en total, usó la computadora?

Para saberlo, suma las horas durante las cuales usó la computadora esos días.

$$5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4}$$

Puedes hacerlo de dos maneras. Veamos

Método 1: Suma los números enteros y, luego las fracciones.

$$5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4}$$

Suma de números enteros	Suma de fracciones heterogéneas
$5 + 3$ $= 8$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ $= \frac{(1 \times 4) + (1 \times 2)}{2 \times 4}$ $= \frac{4 + 2}{8} = \frac{6}{8} \rightarrow \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$

Ella usó la computadora durante $8\frac{3}{4}$ horas.

Método 2: Convierte cada número mixto en fracción impropia y suma.

$$5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} = \frac{(5 \times 2) + 1}{2} + \frac{(3 \times 4) + 1}{4} = \frac{10 + 1}{2} + \frac{12 + 1}{4} = \frac{11}{2} + \frac{13}{4}$$

$$\frac{11}{2} + \frac{13}{4} = \frac{(11 \times 4) + (13 \times 2)}{2 \times 4} = \frac{44 + 26}{8} = \frac{70}{8} \rightarrow \frac{70 \div 2}{8 \div 2} = \frac{35}{4}$$

Ella usó la computadora durante $8\frac{3}{4}$ horas.

Convertir una Fracción Impropia a un Número Mixto.		
Paso 1 Divide el numerador entre el denominador. $\frac{35}{4} = 4 \overline{)35}$ $\begin{array}{r} 8 \\ 4 \overline{)35} \\ \underline{-32} \\ 3 \end{array}$	Paso 2 Escribe el cociente como un número entero. 8	Paso 3 Escribe la fracción. $\frac{\text{Residuo}}{\text{Divisor}} = \frac{3}{4}$ Por lo tanto, $\frac{35}{4} = 8\frac{3}{4}$

Ejemplo 1: Suma la siguiente fracción por el Método 1.

$$9\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5}$$

Suma de números enteros	Suma de fracciones heterogéneas
$9 + 3$ $= 12$	$\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$ $= \frac{(1 \times 5) + (2 \times 2)}{2 \times 5}$ $= \frac{5 + 4}{10} = \frac{9}{10}$
$= 12\frac{9}{10}$	

Ejemplo 2: Suma la siguiente fracción por el Método 2.

$$4\frac{1}{5} + 8\frac{3}{10}$$

$$4\frac{1}{5} + 8\frac{3}{10} = \frac{(4 \times 5) + 1}{5} + \frac{(8 \times 10) + 3}{10} = \frac{20 + 1}{5} + \frac{80 + 3}{10} = \frac{21}{5} + \frac{83}{10}$$

$$\frac{21}{5} + \frac{83}{10} = \frac{(21 \times 10) + (83 \times 5)}{5 \times 10} = \frac{210 + 415}{50} = \frac{625}{50} \rightarrow \frac{625 \div 25}{50 \div 25} = \frac{125}{2}$$

Convertir una Fracción Impropia a un Número Mixto.		
Paso 1 Divide el <u>numerador</u> entre el <u>denominador</u>. $\begin{array}{r} 62 \\ 2 \overline{)125} \\ \underline{-12} \\ 05 \\ \underline{-4} \\ 1 \end{array}$	Paso 2 Escribe el <u>cociente</u> como un <u>número entero</u>. 62	Paso 3 Escribe la <u>fracción</u>. $\frac{\text{Residuo}}{\text{Divisor}} = \frac{1}{2}$ Por lo tanto, $\frac{125}{2} = 62\frac{1}{2}$

En la resta, se puede utilizar cualquier Método planteado



La resta de números mixtos

Ejemplo 1: Resta la siguiente fracción por el Método 1.

$$9\frac{1}{2} - 3\frac{2}{5}$$

Resta de números enteros	Resta de fracciones heterogéneas
$9 - 3$ $= 6$	$\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$ $= \frac{(1 \times 5) - (2 \times 2)}{2 \times 5}$ $= \frac{5 - 4}{10} = \frac{1}{10}$

$$= 6\frac{1}{10}$$

Ejemplo 2: Resta la siguiente fracción por el Método 2.

$$4\frac{1}{5} - 8\frac{3}{10}$$

$$4\frac{1}{5} - 8\frac{3}{10} = \frac{(4 \times 5) + 1}{5} - \frac{(8 \times 10) + 3}{10} = \frac{20 + 1}{5} - \frac{80 + 3}{10} = \frac{21}{5} - \frac{83}{10}$$

$$\frac{21}{5} - \frac{83}{10} = \frac{(21 \times 10) - (83 \times 5)}{5 \times 10} = \frac{210 - 415}{50} = \frac{-205}{50} \rightarrow \frac{-205 \div 5}{50 \div 5} = \frac{-41}{10} = -\frac{41}{10}$$

Convertir una Fracción Impropia a un Número Mixto.		
Paso 1 Divide el numerador entre el denominador. $-\frac{41}{10} = 10 \overline{)41}$ $\begin{array}{r} 4 \\ 10 \overline{)41} \\ \underline{-40} \\ 1 \end{array}$	Paso 2 Escribe el cociente como un número entero. 4	Paso 3 Escribe la fracción. $\frac{\text{Residuo}}{\text{Divisor}} = \frac{1}{10}$ Por lo tanto, $-\frac{41}{10} = -4\frac{1}{10}$

Práctica:

A. Suma o resta. Luego, simplifica:

1. $7\frac{2}{3} + 9\frac{1}{3}$

2. $14\frac{1}{5} + 4\frac{3}{5}$

3. $4\frac{1}{7} + 8\frac{2}{7}$

4. $43\frac{1}{8} + 22\frac{5}{8}$

5. $-14\frac{1}{5} + 4\frac{3}{5}$

6. $31\frac{2}{9} - 14\frac{5}{9}$

7. $12\frac{1}{6} - 4\frac{5}{6}$

8. $5\frac{9}{10} - 1\frac{1}{2}$

9. $6\frac{3}{4} - 1\frac{5}{6}$

10. $7\frac{3}{4} - 8\frac{3}{7}$

B. Simplifica las siguientes expresiones:

1. $12\frac{1}{4} + \frac{21}{2} + 3\frac{1}{2}$

2. $(8\frac{1}{5} + 3\frac{2}{3}) + (6 - 2\frac{1}{5})$

3. $(13\frac{1}{2} - 2\frac{1}{4}) + (6\frac{1}{4} + 2\frac{1}{6})$

C. Resuelve:

1. Miguel compró $3\frac{1}{4}$ yardas de papel adhesivo para forrar sus libretas, pero usó solamente $2\frac{3}{4}$ yardas del papel.

- ¿Cuántas yardas de papel le sobraron?

2. El lunes, Yashira estudió durante $2\frac{1}{2}$ horas para su examen de Matemáticas y el martes, $1\frac{1}{4}$ hora. En total, ella estudió 6 horas esta semana?

- ¿Cuántas horas, en total, estudió el lunes y el martes?

- ¿Cuántas horas estudió el resto de la semana?

 $= 3\frac{2}{3}$

 $= 7\frac{1}{2}$

Apéndice D: Módulo Didáctico en Kahoot

The screenshot shows the Kahoot! interface. On the left is a sidebar with navigation options: Home, Discover, AccessPass, Library, Reports, Groups, Marketplace, Kahootopia, and Channels. The main content area displays the course 'Módulo Didáctico de Fracciones'. At the top, there's a search bar and buttons for 'Upgrade' and 'Create'. Below the course title, it says 'Created by del62243' and 'Updated on April 29, 2024'. There are buttons for 'Start' and 'View reports'. A table shows course statistics: 13 activities, 6/13 kahoots, and options for live, assignment, self-study, and reports. A 'Course description' section follows, explaining the module's purpose for teaching fraction operations. The background features a colorful graphic with the text 'FRACCIONES' and 'MÓDULO DE FRACCIONES'.

Módulo Didáctico de Fracciones

Created by del62243
Updated on April 29, 2024

Start View reports

ACTIVITIES	LIVE	ASSIGNMENT	SELF-STUDY	REPORTS
13 Kahoots: 6/13	Present and pause	Assign as homework	Study by yourself	Get detailed reports

Course description

Objetivo: Este módulo se creó con el objetivo de facilitar de manera alterna al módulo del Departamento de Educación, el proceso de aprendizaje en los estudiantes con respecto a las operaciones con fracciones. Se obtuvo la autorización de la Sra. Yamilet Soto Colom, Directora de Contenidos de Ediciones Santillana, Inc. para utilizar como Referencia el texto PRE-ÁLGEBRA (2013), Ediciones Santillana, Inc. por lo cual se le da crédito tanto a la Directora de Contenidos como al autor y colaboradore

This screenshot shows the 'Content' and 'Activity preview' sections of the Kahoot! course. The 'Content' section on the left lists the course structure with activity counts. The 'Activity preview' section on the right shows a preview of the first story, 'I-Introducción', which displays the same colorful fraction module graphic seen in the previous screenshot.

Content

You cannot play one or more activities in this course.

- Introducción 1 activity
- II- Conversión de fracciones... 2 activities
- III- La multiplicación de fracciones 2 activities
- IV- La división de fracciones 2 activities
- V- La suma y resta de fracciones... 2 activities
- VI- La suma y resta de fracciones... 2 activities
- VII- La suma y resta de números... 2 activities

Activity preview

1 - Story I-Introducción

The preview shows a colorful graphic with the text 'FRACCIONES' and 'MÓDULO DIDÁCTICO DE FRACCIONES'. Below the graphic, it says 'Por: Miguel Ángel Delgado Fernández' and 'Con la autorización Yamilet Soto Colom utilizando como Referencia el texto PRE-ÁLGEBRA (2013), Ediciones Santillana, Inc.'

Apéndice E: Instrumento de Pre-Pos Prueba

PRE-POS PRUEBA

Descripción del instrumento: Esta Pre-Post Prueba está dirigida a estudiantes de séptimo grado y tiene como propósito recolectar datos para establecer diferencia significativa entre la enseñanza y el aprendizaje en las fracciones. El mismo fue validado por tres (3) expertos en contenido matemático. Toda información obtenida será de carácter confidencial.

Detalles para la evaluación:

Principiante	Aprendiz	Proficiente	Sobresaliente
De 0% a 45%	De 46% a 69%	De 70% a 89%	De 90% a 100%

Código de estudiante: _____ Fecha: _____ Grupo: _____ Preprueba _____ Posprueba _____

Profesor: Miguel Ángel Delgado Fernández

Maestro(a) que administra el instrumento: _____

INSTRUCCIONES: Escoja la alternativa correcta en cada ejercicio y escriba la respuesta en la hoja de contestaciones provista. El uso de calculadora **NO** permitido en esta prueba.

1) Resuelve y simplifica de ser necesario: $\frac{3}{8} + \frac{1}{8}$.

a) $\frac{4}{16}$

b) $\frac{4}{0}$

c) $\frac{4}{8}$

d) $\frac{1}{2}$

2) Resuelve y simplifica de ser necesario: $\frac{7}{9} + \frac{1}{9}$.

a) $\frac{8}{9}$

b) $\frac{8}{20}$

c) $\frac{2}{3}$

d) $\frac{8}{18}$

3) Resuelve y simplifica de ser necesario: $\frac{2}{5} + \frac{1}{2}$.

a) $\frac{3}{7}$

b) $\frac{9}{10}$

c) $\frac{3}{5}$

d) $\frac{3}{2}$

4) Simplifica: $\frac{1}{2} + \frac{3}{7}$

a) $\frac{13}{14}$

b) $\frac{5}{7}$

c) $\frac{11}{10}$

d) $\frac{6}{5}$

5) Resuelve y simplifica de ser necesario: $\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$.

a) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{3}$

c) $-\frac{1}{3}$

d) $\frac{3}{10}$

PRE-POS PRUEBA

6) Resuelve y simplifica de ser necesario: $\frac{4}{5} - \frac{3}{7}$

a) $\frac{13}{35}$

b) $\frac{35}{13}$

c) $\frac{27}{3}$

d) $\frac{1}{9}$

7) Simplifica la fracción $\frac{10}{40}$.

a) $\frac{5}{6}$

b) $\frac{3}{13}$

c) $\frac{10}{40}$

d) $\frac{1}{4}$

8) Resuelve y simplifica de ser necesario: $\frac{2}{6} \times \frac{2}{8}$

a) $\frac{2}{56}$

b) $\frac{1}{12}$

c) $\frac{5}{25}$

d) $\frac{1}{28}$

9) Resuelve y simplifica de ser necesario: $\frac{3}{8} \times \frac{5}{4}$

a) $\frac{6}{0}$

b) $\frac{15}{32}$

c) $\frac{6}{9}$

d) $\frac{8}{18}$

10) Resuelve y simplifica de ser necesario: $\frac{5}{2} \div \frac{1}{2}$

a) $1\frac{1}{3}$

b) 5

c) $\frac{5}{3}$

d) $\frac{1}{3}$

PRE-POS PRUEBA

11) Resuelve y simplifica de ser necesario: $\frac{3}{4} \div \frac{9}{5}$

a) $\frac{27}{20}$

b) $\frac{15}{36}$

c) $\frac{5}{12}$

d) $\frac{3}{5}$

12) Miguel tiene \$45.00 dólares. Decide regalarle a su amigo $\frac{1}{5}$ de ellos. ¿Cuántos dólares le regaló a su amigo?

13) Miguel tenía una caja de 20 chocolates. Su amiga Yashira se comió un $\frac{1}{4}$ de ellos. Luego, él se comió $\frac{1}{3}$ de los chocolates que le quedaron. ¿Cuántos chocolates se comió?

14) Miguel compró $2\frac{1}{4}$ yardas de papel adhesivo para forrar sus libretas, pero usó solamente $1\frac{3}{4}$ yardas del papel. ¿Cuántas yardas de papel le sobraron?

15) Yashira estudió 3 días para un examen de matemáticas. El primer día, estudió $3\frac{1}{2}$ horas y el segundo día, estudió $2\frac{1}{4}$ horas. ¿Cuántas horas estudió durante esos días?

Apéndice F: Carta dirigida al Primer Experto para Validación de Instrumentos

Jueves, 7 de septiembre de 2023

A: Dra Wanda I. Rivera Rivas, Gerente de Operaciones del Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico.

De: Prof. Miguel Ángel Delgado Fernández

Asunto: Solicitud de validación de instrumentos.

Saludos Dra. Rivera, espero que se encuentre bien. Soy el profesor Miguel Ángel Delgado Fernández, maestro de Matemáticas de la Escuela Superior Isidro A. Sánchez del Municipio de Luquillo. Actualmente soy estudiante del Programa Doctoral en Educación con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

Actualmente, me encuentro en la etapa final de mis estudios doctorales en términos de mi disertación doctoral. El tema de la tesis es **“El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado”**, que consiste en comparar tres grupos (Piloto, A y B) de séptimo grado con respecto a la enseñanza tradicional contra enseñanza mediante la aplicación Kahoot y un Módulo Didáctico de Fracciones creado por este servidor para conocer si existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en términos de si hubo mejor ejecución en los estudiantes con el tratamiento impartido posterior a la enseñanza tradicional. Esta investigación quiero realizarla en la Escuela Intermedia Rafael N. Coca del Municipio de Luquillo.

Es por tal razón que el motivo de este mensaje es para solicitar su colaboración para validar los siguientes instrumentos enviados:

- 1) **Módulo Didáctico de Fracciones:** Este será para medir la variable enseñanza. El mismo también se contruirá mediante la aplicación Kahoot para hacer uso de la tecnología en la investigación.
- 2) **Pre-pos prueba:** Este será para medir la variable aprendizaje.

Cordialmente,

Miguel Ángel Delgado Fernández

DEPARTAMENTO DE
EDUCACIÓN

 *Miguel Ángel Delgado Fernández*
Profesor de Matemáticas
de162243@miescuela.pr
(787) 435-5289

Apéndice G: Validación de Instrumentos del Primer Experto

Universidad Interamericana de Puerto Rico
Recinto de San Germán
Programa Graduado en Educación
Especialidad en Enseñanza de Matemáticas

DOCUMENTO DE ENDOSO DE EXPERTO VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Por la presente yo, Dra. Wanda Ivelise Rivera Rivas, en calidad de especialista en currículo y enseñanza de las Matemáticas y como gerente de operaciones del programa de Matemáticas en el Departamento de Educación de Puerto Rico,

 X valido

 no valido

el instrumento de investigación: Pre-pos prueba y Módulo Didáctico de Fracciones, el cual fue diseñado por Miguel Ángel Delgado Fernández, como estudiante doctoral de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.



Firma

25 de septiembre de 2023

Fecha

La Universidad Interamericana de Puerto Rico, no se solidariza necesariamente con las opiniones, o preferencias que puedan surgir por razón de esta investigación. Se revela a dicha universidad de toda responsabilidad por cualquier reclamación que pueda surgir como consecuencia de la actividad del estudio y de la información que se solicite y provea a través de éste.

Apéndice H: Carta dirigida al Segundo Experto para Validación de Instrumentos

Jueves, 7 de septiembre de 2023

A: Dr. Jaime W. Abreu Ramos, Catedrático Auxiliar Área de Matemáticas, Escuela Secundaria Facultad Eugenio María de Hostos, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras.

De: Prof. Miguel Ángel Delgado Fernández

Asunto: Solicitud de validación de instrumentos.

Saludos Dr. Abreu, espero que se encuentre bien. Soy el profesor Miguel Ángel Delgado Fernández, maestro de Matemáticas de la Escuela Superior Isidro A. Sánchez del Municipio de Luquillo. Actualmente soy estudiante del Programa Doctoral en Educación con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

Actualmente, me encuentro en la etapa final de mis estudios doctorales en términos de mi disertación doctoral. El tema de la tesis es **“El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado”**, que consiste en comparar tres grupos (Piloto, A y B) de séptimo grado con respecto a la enseñanza tradicional contra enseñanza mediante la aplicación Kahoot y un Módulo Didáctico de Fracciones creado por este servidor para conocer si existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en términos de si hubo mejor ejecución en los estudiantes con el tratamiento impartido posterior a la enseñanza tradicional. Esta investigación quiero realizarla en la Escuela Intermedia Rafael N. Coca del Municipio de Luquillo.

Es por tal razón que el motivo de este mensaje es para solicitar su colaboración para validar los siguientes instrumentos enviados:

- 1) **Módulo Didáctico de Fracciones:** Este será para medir la variable enseñanza. El mismo también se contruirá mediante la aplicación Kahoot para hacer uso de la tecnología en la investigación.
- 2) **Pre-pos prueba:** Este será para medir la variable aprendizaje.

Cordialmente,

Miguel Ángel Delgado Fernández

DEPARTAMENTO DE
EDUCACIÓN



Miguel Ángel Delgado Fernández
Profesor de Matemáticas
de162243@miescuela.pr
(787) 435-5289

Apéndice I: Validación de Instrumentos del Segundo Experto

Universidad Interamericana de Puerto Rico
Recinto de San Germán
Programa Graduado en Educación
Especialidad en Currículo y Educación

DOCUMENTO DE ENDOSO DE EXPERTO VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Por la presente yo, Dr. Jaime W. Abreu Ramos en calidad de especialista en currículo y enseñanza de las Matemáticas y como profesor de matemáticas de la Universidad de Puerto Rico Recinto de Río Piedras.

 x valido

 no valido

El instrumento de investigación: Pre-pos prueba y Módulo Didáctico de Fracciones, el cual fue diseñado por Miguel Ángel Delgado Fernández como estudiante doctoral de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.


Firma

19 de octubre de 2023
Fecha

La Universidad Interamericana de Puerto Rico, no se solidariza necesariamente con las opiniones, o preferencias que puedan surgir por razón de esta investigación. Se revela a dicha universidad de toda responsabilidad por cualquier reclamación que pueda surgir como consecuencia de la actividad del estudio y de la información que se solicite y provea a través de éste.

Apéndice J: Carta dirigida al Tercer Experto para Validación de Instrumentos

Miércoles, 20 de septiembre de 2023

A: Dr. Jorge Torres Colón, Decano de la División de Ciencias y Tecnología,
Universidad Ana G. Méndez, Recinto de Carolina.

De: Prof. Miguel Ángel Delgado Fernández

Asunto: Solicitud de validación de instrumentos.

Saludos Dr. Torres, espero que se encuentre bien. Soy el profesor Miguel Ángel Delgado Fernández, maestro de Matemáticas de la Escuela Superior Isidro A. Sánchez del Municipio de Luquillo. Actualmente soy estudiante del Programa Doctoral en Educación con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

Actualmente, me encuentro en la etapa final de mis estudios doctorales en términos de mi disertación doctoral. El tema de la tesis es **“El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado”**, que consiste en comparar tres grupos (Piloto, A y B) de séptimo grado con respecto a la enseñanza tradicional contra enseñanza mediante la aplicación Kahoot y un Módulo Didáctico de Fracciones creado por este servidor para conocer si existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en términos de si hubo mejor ejecución en los estudiantes con el tratamiento impartido posterior a la enseñanza tradicional. Esta investigación quiero realizarla en la Escuela Intermedia Rafael N. Coca del Municipio de Luquillo.

Es por tal razón que el motivo de este mensaje es para solicitar su colaboración para validar los siguientes instrumentos enviados:

- 1) **Módulo Didáctico de Fracciones:** Este será para medir la variable enseñanza. El mismo también se contruirá mediante la aplicación Kahoot para hacer uso de la tecnología en la investigación.
- 2) **Pre-pos prueba:** Este será para medir la variable aprendizaje.

Cordialmente,

Miguel Ángel Delgado Fernández

DEPARTAMENTO DE
EDUCACIÓN


Miguel Ángel Delgado Fernández
Profesor de Matemáticas
de162243@miescuela.pr
(787) 435-5289

Apéndice K: Validación de Instrumentos del Tercer Experto

Universidad Interamericana de Puerto Rico
Recinto de San Germán
Programa Graduado en Educación
Especialidad en Enseñanza de Matemáticas

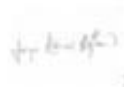
DOCUMENTO DE ENDOSO DE EXPERTO VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO DE INVESTIGACIÓN

Por la presente yo, Jorge Torres Colón en calidad de especialista en
Matemática Educativa de la Universidad Ana G. Méndez

X valido

_____ no valido

El instrumento de investigación: Pre-pos prueba y Módulo Didáctico de Fracciones, el cual fue diseñado por Miguel Ángel Delgado Fernández como estudiante doctoral de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

 Digitally signed by
Jorge M. Torres Colón
Date: 2023.10.22
11:25:16 -04'00'

Firma

22 de octubre de 2023

Fecha

La Universidad Interamericana de Puerto Rico, no se solidariza necesariamente con las opiniones, o preferencias que puedan surgir por razón de esta investigación. Se revela a dicha universidad de toda responsabilidad por cualquier reclamación que pueda surgir como consecuencia de la actividad del estudio y de la información que se solicite y provea a través de éste.

Apéndice L: Aprobación de la Propuesta de Investigación

UNIVERSIDAD INTERAMERICANA DE PUERTO RICO

Recinto de San Germán

Escuela de Estudios Graduados e Investigación

CERTIFICACIÓN:

APROBACIÓN PROPUESTA DE DISERTACIÓN DOCTORAL

Doctorando – <u>Miguel Ángel Delgado Fernández</u>	
Número de estudiante - <u>F00038271</u>	
Programa y Especialidad – <u>Doctorado en Educación con</u> <u>especialidad en Educación en Matemática</u>	
Título de la Propuesta: <i>El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado.</i>	
RESULTADO:	
☒ Aprobada ☐ Aprobada con recomendaciones ☐ No Aprobada	
Observaciones – ☒ Debe presentar propuesta ante la JRI (IRB por sus siglas en inglés) de la UIPR para su autorización, ya que tiene sujetos humanos en su estudio. ☐ No tiene que presentar propuesta ante la JRI (IRB por sus siglas en inglés) de la UIPR para su autorización, ya que no tiene sujetos humanos en su estudio (es exenta).	
Comité Doctoral:	
Presidente/Director: Alvaro Lecompte Montes	Firma: 
Miembro/Co-Director: Carlos Martínez Bonilla	Firma: 
Miembro/Co-Director: Ángel Sánchez Feliciano	Firma: 
Fecha – 12 de mayo de 2023	
Director, Escuela de Estudios Graduados e Investigación:	Firma: 
Fecha – 21 de septiembre de 2023	

Apéndice M: Carta al Director Escolar de la Escuela donde se interesa realizar Estudio Piloto

Jueves, 21 de septiembre de 2023

A: Prof. Abiezer Luzunaris Vargas

De: Prof. Miguel Ángel Delgado Fernández

Asunto: Solicitud de Permiso para administrar instrumento de preprueba.

Saludos Prof. Luzunaris, espero que se encuentre bien. Soy el profesor Miguel Ángel Delgado Fernández, maestro de Matemáticas de la Escuela Superior Isidro A. Sánchez del Municipio de Luquillo. Actualmente soy estudiante del Programa Doctoral en Educación con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

Actualmente, me encuentro en la etapa final de mis estudios doctorales en términos de mi disertación doctoral. El tema de la tesis es **“El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado”**, que consiste en comparar tres grupos (Piloto, A y B) de séptimo grado con respecto a la enseñanza tradicional contra enseñanza mediante la aplicación Kahoot y un Módulo Didáctico de Fracciones creado por este servidor para conocer si existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en términos de si hubo mejor ejecución en los estudiantes con el tratamiento impartido posterior a la enseñanza tradicional. Esta investigación quiero realizarla en la Escuela Intermedia Rafael N. Coca del Municipio de Luquillo.

Es por tal razón que el motivo de esta carta es para solicitar permiso a usted para administrar un instrumento de preprueba a un grupo de estudiantes en el Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Ceiba (CROEC), escuela que usted dirige, lo cual dicho grupo, será un grupo Piloto. La administración del instrumento de preprueba será con el propósito de medir la confiabilidad del mismo, dejando saber que luego el grupo Piloto no participará de la investigación. En caso de tener algún documento o varios para llenar, estoy a la disposición de realizar el proceso. Espero su respuesta.

Cordialmente,

Miguel Ángel Delgado Fernández

DEPARTAMENTO DE
EDUCACIÓN



Miguel Ángel Delgado Fernández
Profesor de Matemáticas
de162243@miescuela.pr
(787) 435-5289

Jueves, 21 de septiembre de 2023

A: Prof. Abiezer Luzunaris Vargas

De: Prof. Miguel Ángel Delgado Fernández

Asunto: Solicitud de Permiso para administrar instrumento de preprueba.

Saludos Prof. Luzunaris, espero que se encuentre bien. Soy el profesor Miguel Ángel Delgado Fernández, maestro de Matemáticas de la Escuela Superior Isidro A. Sánchez del Municipio de Luquillo. Actualmente soy estudiante del Programa Doctoral en Educación con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

Actualmente, me encuentro en la etapa final de mis estudios doctorales en términos de mi disertación doctoral. El tema de la tesis es **“El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado”**, que consiste en comparar tres grupos (Piloto, A y B) de séptimo grado con respecto a la enseñanza tradicional contra enseñanza mediante la aplicación Kahoot y un Módulo Didáctico de Fracciones creado por este servidor para conocer si existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en términos de si hubo mejor ejecución en los estudiantes con el tratamiento impartido posterior a la enseñanza tradicional. Esta investigación quiero realizarla en la Escuela Intermedia Rafael N. Coca del Municipio de Luquillo.

Es por tal razón que el motivo de esta carta es para solicitar permiso a usted para administrar un instrumento de preprueba a un grupo de estudiantes en el Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Ceiba (CROEC), escuela que usted dirige, lo cual dicho grupo, será un grupo Piloto. La administración del instrumento de preprueba será con el propósito de medir la confiabilidad del mismo, dejando saber que luego el grupo Piloto no participará de la investigación. En caso de tener algún documento o varios para llenar, estoy a la disposición de realizar el proceso. Espero su respuesta.

Cordialmente,

Miguel Ángel Delgado Fernández

DEPARTAMENTO DE
EDUCACIÓN



Miguel Ángel Delgado Fernández
Profesor de Matemáticas
de162243@miescuela.pr
(787) 435-5289

Vo. Bu. Abiezer Luzunaris Vargas
Escuela Ceiba
22 de septiembre 2023

Apéndice N: Solicitud de Permiso al Departamento de Educación de Puerto Rico para realizar Investigación

	GOBIERNO DE PUERTO RICO		
	DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN Secretaría Auxiliar de Transformación, Planificación y Rendimiento Centro de Investigaciones e Innovaciones Educativas		

SOLICITUD DE AUTORIZACIÓN PARA REALIZAR INVESTIGACIONES O SUS FASES RELACIONADAS: LA VALIDACIÓN DE INSTRUMENTOS O PRUEBA PILOTO EN EL DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DE PUERTO RICO

Sección 1: Información del Solicitante

Miguel	Delgado	Fernández
Nombre Completo	Apellido Paterno	Apellido Materno
Teléfonos:	(787) 435-5289	Celular: (787) 435-5289
		Oficina/Residencia
Correo Electrónico:	de162243@miescuela.pr	
Dirección postal permanente:	HC-01 Box 8052	

Si es empleado del Departamento de Educación, indique lo siguiente:

Puesto que Ocupa: Maestro de Educación Secundaria 6-12 (Matemáticas)

Lugar de Trabajo: Escuela Superior Isidro A. Sánchez de Luquillo, Puerto Rico

Sección 2: Información del presidente de tesis, director de investigación, institución, agencia o corporación (si aplica)

Nombre:	Álvaro Lecompte Montes		
Puesto:	Director del Departamento de Ciencias y Tecnología	Lugar de Trabajo:	Univrsidad Interamericana de PR, Recinto de San Germán
Teléfono:	(787) 264-1912	Correo Electrónico:	alecompte@intersg.edu

Sección 3: Información sobre la Investigación

Indique el propósito de la solicitud (marque todas las fases que apliquen):

☐ Validación de los instrumentos o realización de prueba piloto del estudio. Especifique el nombre de las Escuelas o dependencias donde realizará la validación o prueba piloto.	☒ Realización de una investigación. Especifique el nombre de las escuelas o dependencias donde se llevará a cabo la investigación.
---	--

EL PERIODO DE VIGENCIA ES DE SEIS (6) MESES **EL PERIODO DE VIGENCIA ES DE DOCE (12) MESES**

 Departamento de Educación 2023-11-30 02:21:08 PM APROBADO	P.O. Box 190758, San Juan, PR 00919-0758 • Tel.: (787) 773-5800
---	---

La presente autorización no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental, ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.



GOBIERNO DE PUERTO RICO

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Secretaría Auxiliar de Transformación, Planificación y Rendimiento

Centro de Investigaciones e Innovaciones Educativas

Esta solicitud responde a una petición de:
(Marque la alternativa que aplique y complete la información requerida)

☒	Universidad en la que estudia	☐	Institución en la que trabaja	☐	Otra, Especifique
-------------------------------------	-------------------------------	--------------------------	-------------------------------	--------------------------	-------------------

Universidad Interamericana de Puerto Rico

Título de la Investigación:

El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado.

Importancia y utilidad de la investigación para el sistema educativo de Puerto Rico:

Esta investigación es bien conveniente que se realice para posteriormente ofrecer recomendaciones de cómo mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje en las fracciones. La misma, tendrá relevancia social, ya que como existe una problemática en el aprendizaje de fracciones y su conceptualización, su trascendencia para la sociedad será de buen impacto, lo cual hará que el Programa de Matemáticas del Departamento de Educación se beneficie con los resultados de la investigación de un modo genuino.

Sección 4: Notificación

El Departamento de Educación de Puerto Rico no se solidariza necesariamente con los resultados de la investigación, no obstante, entiende la importancia del desarrollo de estudios e investigaciones sobre el quehacer educativo de Puerto Rico y apoya a los investigadores en su proceso de realizar sus proyectos de investigación. Las aportaciones que puedan derivarse de los resultados de las investigaciones serán evaluadas y podrán ser acogidas a la luz de las necesidades del sistema y de la objetividad de los estudios. Se agradece el interés de los investigadores.

Sección 5: Compromiso y Firmas

Yo Miguel Delgado Fernández

Investigador, me comprometo a:



P.O. Box 190752, San Juan, PR 00910-0752 • Tel.: (787)773-5800



GOBIERNO DE PUERTO RICO

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Secretaría Auxiliar de Transformación, Planificación y Rendimiento
Centro de Investigaciones e Innovaciones Educativas

1. **[En los casos que aplique]** Entregar la carta de aprobación y documentos autorizados de la Oficina de Cumplimiento (de IRB) una vez obtenga los mismos en el lugar donde se me expida el memorando de autorización para realizar la investigación, ya sea en la Secretaría Auxiliar de Planificación y Desarrollo Educativo o en la oficina del ayudante especial o superintendente del distrito escolar.
2. Entregar copia de las cartas de consentimiento, asentimiento y colaboración firmadas **[según aplique]** en la oficina del director escolar o del funcionario a cargo de la dependencia del DEPR donde se llevó a cabo la validación, estudio piloto o la investigación, para su archivo.
3. Entregar una copia de la tesis o del informe final de la investigación que me propongo realizar en la Secretaría Auxiliar de Planificación y Desarrollo Educativo, en formato digital (pdf).

Con las firmas requeridas en este documento damos fe de que hemos revisado esta solicitud y los documentos requeridos.

Miguel Ángel Delgado Fernández

Firma del Solicitante

Miércoles, 22 de noviembre de 2023

Fecha

Alonso López

Firma del presidente de tesis, director de investigación, institución, agencia o corporación

Miércoles, 22 de noviembre de 2023

Fecha

Favor de escanear y subir este formulario con sus firmas y con todos los documentos requeridos a la aplicación del Centro de Investigaciones e Innovaciones Educativas de la Secretaría Auxiliar de Planificación y Desarrollo Educativo o en la Oficina del Distrito Escolar.



Departamento de
Educación

2023-11-30 02:21:08 PM

P.O. Box 100750, San Juan, PR 00919-0750 • Tel.: (787) 773-5800

APROBADO

La presente autorización no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental, ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

Apéndice O: Autorización del Departamento de Educación de Puerto Rico por Primera Vez



GOBIERNO DE PUERTO RICO

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Secretaría Auxiliar de Transformación, Planificación y Rendimiento
Centro de Investigaciones e Innovaciones Educativas

30 de noviembre del 2023

Superintendente(s) Regional(es) de las Regiones Educativas de HUMACAO, y
director(es) escolar(es) de las escuelas participantes.

Dra. Lydiana López Díaz
Directora Ejecutiva de la Docencia
Área de Planificación y Rendimiento

AUTORIZACIÓN PARA LLEVAR A CABO UNA INVESTIGACIÓN EN UNA ESCUELA DEL DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DE PUERTO RICO

El estudiante graduado Miguel Ángel Delgado Fernández, candidato al grado doctoral en Educación, con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas en la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán, va llevar a cabo la fase final de su investigación titulada: ***El efecto de los juegos tecnológicos y ejemplos realistas en el aprendizaje de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado.*** El propósito es comparar los grupos de estudiantes de séptimo grado, para conocer si existe efecto significativo entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones.

Se autoriza al investigador Miguel Ángel Delgado Fernández a visitar la Oficina Regional Educativa (ORE) de Humacao, con el propósito de coordinar la administración de su investigación en la escuela Rafael N. Coca ubicada en el municipio de Luquillo (ver Anejo). **La participación de los estudiantes será libre y voluntaria, y así se deberá constatar con las firmas de sus padres, madres y/o encargados en la carta de consentimiento informado que la investigadora les proveerá una vez se contacte con las escuelas invitadas.**



P.O. Box 190759, San Juan, PR 00919-0759 - Tel.: (787)773-5800

El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

Página 3

(SATPre) para la evaluación correspondiente. Una vez el/la investigador/a finalice su investigación deberá entregar una copia en formato digital (PDF) del informe final a la Secretaría Auxiliar de Transformación, Planificación y Rendimiento (SATPre), dado a que la misma se colocará en la Biblioteca Virtual del DEPR para la consulta pública.

Anejos



P.O. Box 190759, San Juan, PR 00919-0759 - Tel.: (787)773-5800

El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

Página 4

LISTA DE ESCUELAS AUTORIZADAS

REGION	MUNICIPIO	ESCUELA
1. HUMACAO	LUQUILLO	RAFAEL N COCA



Apéndice P: Autorización del Departamento de Educación de Puerto Rico por Segunda Vez



GOBIERNO DE PUERTO RICO
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN

Secretaría Auxiliar de Transformación, Planificación y Rendimiento
Centro de Investigaciones e Innovaciones Educativas

4 de noviembre de 2024

**Superintendente(s) Regional(es) de las Regiones Educativas de HUMACAO, y
director(es) escolar(es) de las escuelas participantes.**

Dra. Lydiana López Díaz
Directora Ejecutiva de la Docencia
Área de Planificación y Rendimiento

EXTENSIÓN DE LA AUTORIZACIÓN PARA LLEVAR A CABO UNA INVESTIGACIÓN EN LAS ESCUELAS DEL DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DE PUERTO RICO

El estudiante graduado Miguel Ángel Delgado Fernández, candidato al grado doctoral en Educación, con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas en la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán, recibió el día 30 de noviembre del año 2023, la autorización para llevar a cabo la fase final de su investigación titulada: ***El efecto de los juegos tecnológicos y ejemplos realistas en el aprendizaje de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado.*** El propósito de la misma es comparar los grupos de estudiantes de séptimo grado, para conocer si existe efecto significativo entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones. Actualmente el investigador se encuentra en medio del proceso de administrar dicha investigación y ha solicitado una extensión de tiempo a la autorización concedida, con el objetivo de terminar las actividades de la misma. Se ha confirmado con el investigador que los términos y condiciones descritas originalmente para realizar este proyecto son iguales a los sometidos originalmente. Se le concede dicha extensión por el término de doce (12) meses.

Se autoriza al investigador Miguel Ángel Delgado Fernández visitar la Oficina Regional Educativa (ORE) de Humacao, con el propósito de coordinar la administración de su investigación en tres (3) escuelas ubicadas en los municipios de la ORE en mención (ver Anejo). **La participación de los estudiantes será libre y voluntaria, y así se deberá constatar con las firmas de sus padres, madres y/o encargados en la carta de consentimiento informado que la investigadora les proveerá una vez se contacte con las escuelas invitadas.**



PO BOX 190759, SAN JUAN, PR 00919-0759 * TEL: (787) 773-3646, 4081 Y 4078



El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

Página 2

La muestra para esta investigación será de setenta y cinco (75) estudiantes de séptimo grado. Los participantes deberán contestar una pre prueba y una posprueba, la cual consiste de un módulo didáctico de fracciones diseñado por el investigador, el mismo consta de quince (15) ejercicios que se desglosan de la siguiente manera: once (11) ejercicios de operaciones con fracciones y cuatro (4) ejercicios verbales de operaciones con fracciones (ver Anejo).

Este módulo fue revisado por la Dra. Wanda Ivelisse Rivera Rivas, especialista en Currículo y Enseñanza de las Matemáticas quien determinó que los ejercicios están alineados con la investigación (ver Anejo). El módulo se contestará en aproximadamente cuarenta y cinco (45) minutos

Todas las actividades descritas de la investigación serán coordinadas con el director escolar y se llevará a cabo dentro de un horario que no afecte el período lectivo ni las notas de los estudiantes.

Las hojas de consentimiento informado contienen en cada una de sus páginas el sello de aprobación oficial del Centro de Investigaciones e Innovaciones Educativas (CIIE), adscrito a la Secretaría Auxiliar de Planificación y Rendimiento (SAPR). El/la investigador/a se compromete a usarlas sin alterarlas y reproducirlas para los invitados a participar del estudio. **Durante el inicio y final del semestre académico, periodos de informes y pruebas sistémicas, no se autorizan visitas a las escuelas con el propósito de entrevistar o encuestar estudiantes, maestros y directores de escuelas. El/la investigador/a deberá entregar las copias de las cartas de consentimiento firmadas por los participantes al director de la escuela que forma parte de la muestra para el archivo correspondiente.**

Se releva al Departamento de Educación de Puerto Rico de toda responsabilidad por cualquier reclamación que pueda surgir como consecuencia de las actividades del estudio y de la información que se solicite y provea a través de este. El Departamento de Educación de Puerto Rico no se hace responsable de cualquier daño y perjuicio o reclamación producto del proceso de realización, o del resultado de la investigación, relevando así de cualquier obligación y responsabilidad al Departamento de Educación de Puerto Rico, sus empleados y funcionarios en cualquier reclamación, pleito o demanda que se presente relacionada, directa o indirectamente, a esta investigación. La misma es una independiente no auspiciada por el Departamento. El Departamento de Educación de Puerto Rico no se solidariza necesariamente con los resultados de la investigación.



**EXTENSIÓN DE LA AUTORIZACIÓN PARA LLEVAR A CABO UNA INVESTIGACIÓN EN LAS ESCUELAS DEL
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DE PUERTO RICO**

Página 3

Esta autorización tiene vigencia de doce (12) meses, a partir de la fecha de expedición de esta comunicación. De necesitar tiempo adicional para finalizar las actividades del estudio deberá solicitar de nuevo, por escrito, una extensión de la autorización otorgada antes de la fecha de vencimiento de la misma. Todo cambio que realice el/la investigador/a posterior a la expedición de esta autorización deberá notificarlo por escrito a la Secretaría Auxiliar de Planificación y Rendimiento. (SAPR) para la evaluación correspondiente. Una vez el/la investigador/a finalice su investigación deberá entregar una copia en formato digital (PDF) del informe final a la Secretaría Auxiliar de Planificación y Rendimiento (SAPR), dado a que la misma se colocará en la Biblioteca Virtual del DEPR para la consulta pública.

Anejo



PO BOX 190759, SAN JUAN, PR 00919-0759 * TEL: (787) 773-3646, 4081 Y 4078



El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

EXTENSIÓN DE LA AUTORIZACIÓN PARA LLEVAR A CABO UNA INVESTIGACION EN LAS ESCUELAS DEL
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN DE PUERTO RICO

Página 4

LISTA DE ESCUELAS AUTORIZADAS

REGION	MUNICIPIO	ESCUELA
HUMACAO	RÍO GRANDE	CARMEN L. FELICIANO CARRERAS
HUMACAO	CEIBA	IRMA PEDRAZA DE ORTÍZ
HUMACAO	FAJARDO	ANTONIO VALERO DE BERNABÉ



PO BOX 190759, SAN JUAN, PR 00919-0759 * TEL: (787) 773-3646, 4081 Y 4078



El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

Apéndice Q: Carta de Consentimiento Informado para Madres, Padres o Encargados



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA DE PUERTO RICO CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA MADRES, PADRES O ENCARGADOS

Título de la Investigación:

El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado.

Nombre del Investigador:

Miguel Ángel Delgado Fernández

I. Propósito de la Investigación

Determinar si existe efecto significativo en el aprendizaje de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado al emplear juegos tecnológicos y ejemplos realistas en la sala de clases.

II. Procedimientos

En primer lugar, los estudiantes completarán un instrumento diseñado por el investigador para medir sus destrezas ejecutando ejercicios de fracciones (preprueba). El instrumento contiene quince ejercicios y se contesta en 45 minutos.

Luego de esto, en la misma clase, los estudiantes recibirán de parte del maestro de matemáticas un refuerzo sobre el tema de fracciones que durará 20 minutos de cada clase durante 2 semanas, mediante el empleo de un Módulo Didáctico de ejercicios variados. Uno de los grupos los resolverá mediante Kahoot (grupo experimental A), el otro los resolverá en papel que es un documento impreso (grupo experimental B).

Finalmente, una vez completado el refuerzo, el participante completará nuevamente el mismo instrumento usado antes (posprueba).

La actividad de refuerzo será dada a todos los estudiantes, participen o no del estudio, ya que es un repaso para la materia. La participación en ambas pruebas (pre y pos) es la parte voluntaria y no es una evaluación académica. Solamente se usa para comparar los efectos de la metodología de enseñanza utilizada.

Junta de Revisión Institucional
Universidad Interamericana de Puerto Rico
Sept. 2023
FRO/agm

III. Descarga de Responsabilidad

Se releva al DEPR de toda responsabilidad por cualquier reclamación que pueda surgir como consecuencia de las actividades del estudio y de la información que se solicite y se provea por medio de esta. El DEPR, sus empleados y funcionarios no se hacen responsables de cualquier daño, perjuicio o reclamación producto del proceso de realización o del resultado de la investigación; se releva, así, de cualquier obligación y responsabilidad en cualquier reclamación, pleito o demanda que se presente relacionada, directa o indirectamente, con esta investigación.

La investigación es independiente. El DEPR no auspicia ni se solidariza necesariamente con los resultados de la misma. La copia de la carta de consentimiento informado que firme será archivada en la oficina del director de la escuela donde se realizó el estudio.

La responsabilidad, si alguna recae solamente en el investigador.

IV. Beneficios

Su beneficio consiste lo que aprenda su hijo a través de las actividades de enseñanza aquí diseñadas y la satisfacción de haber contribuido al estudio. Las actividades están preparadas para ser divertidas y entretenidas.

Por otra parte, participar o no en esta investigación no afectará las notas de su hijo y las pre y pospruebas son anónimas y confidenciales.

Los resultados del estudio ayudarán a determinar si existe efecto significativo entre la enseñanza y aprendizaje en las fracciones, lo cual redundará en el beneficio de conocer en donde hay mejor dominio, si con la enseñanza tradicional o la enseñanza innovadora (aplicación Kahoot y Módulo Didáctico).

En fin, esta investigación es con fines educativos. Una vez finalizada la investigación, los resultados estarán en la Biblioteca General de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán y por medio de este servidor, así como en la Secretaría Auxiliar de Transformación, Planificación y Rendimiento (SATPRE) en el nivel central del DEPR; y si tiene preguntas, respecto a la investigación o desea copia de este documento luego de completarlo y firmarlo, puede comunicarse al teléfono: (787) 435-5289 o al correo electrónico: de162243@miescuela.pr

V. Riesgos

La investigación no representa ningún riesgo para su hijo. Este puede dejar de contestar las preguntas que le causen dificultad o dejar de participar cuando lo desee. Contestar el instrumento de pre-pos prueba no conllevará riesgo alguno para su hijo.

No obstante, un posible riesgo físico sería cansancio. Para minimizar ese riesgo, la actividad está diseñada para que dure el tiempo regular de las clases. Su hijo puede interrumpir la actividad en cualquier momento si se siente cansado. Otro posible riesgo psicológico sería frustración, lo cual puede ocurrir con todo examen o evaluación. Para evitar el mismo, se ha minimizado el número de ejercicios y se ha variado el grado de dificultad, para que cada estudiante pueda responder lo suficiente para sentirse satisfecho.

VI. Cláusula de Confidencialidad

Cualquier información que pueda identificar a su hijo, obtenida durante la investigación, se mantendrá en estricta confidencialidad bajo la custodia del investigador por el lapso de tres años y luego será descartada. Cualquier información personal que se obtenga de su hijo NO será divulgada. Esto significa que se mantendrá la confidencialidad de las respuestas que su hijo provea y de su identidad, ya que el instrumento de pre-pos prueba no será identificado con su nombre. Al finalizar la investigación, se procederá a recoger los documentos y luego de tabular los resultados, confirmarlos por medio de un recuento y analizados los mismos, serán destruidos por el investigador, mediante un triturador de papeles.

VII. Compensación

Su hijo no recibirá compensación económica por la participación en el estudio. Por otra parte, su hijo sentirá satisfacción entre la respuesta de la posprueba en comparación a la preprueba.

VIII. Voluntariedad

La participación de su hijo es libre y voluntaria. El estudiante puede retirarse en el momento que así lo desee sin sanción alguna.

IX. Responsabilidades del Participante

Autorizo a mi hijo a participar voluntariamente en esta investigación. Entiendo que las responsabilidades de mi hijo como participante son:

1. Contestar una preprueba en el período la clase de Matemática, en una fecha que se coordinará con el director de la escuela.
2. Tomar un refuerzo del tema de fracciones que durará 20 minutos de cada clase durante 2 semanas.
3. Contestar el instrumento de posprueba en el período la clase de Matemática en la escuela.

X. Aceptación de Madre, Padre o Encargado

Certifico que he leído este documento en el que se me explica los procedimientos y condiciones para que mi hijo participe en esta investigación y acepto que participe voluntariamente en la misma.

Firma de madre, padre o encargado

Fecha

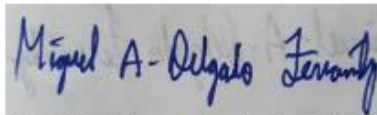
Firma del Investigador

Fecha

De tener alguna duda o pregunta en relación con esta investigación o sus derechos como participante puede comunicarse con:

IAUPR Institutional Review Board
PO BOX 363255 SAN JUAN PR 00936-3255
787-766-1912 ext. 2432
jri@inter.edu

De surgir alguna otra duda o pregunta puede comunicarse con el investigador en:



Miguel A. Delgado Fernández, (787) 435-5289

de162243@miescuela.pr



Álvaro Lecompte Montes, (787) 448-0642

alecompte@intersg.edu

NOTA: USTED TIENE DERECHO A RECIBIR COPIA DE ESTE DOCUMENTO FIRMADO POR AMBAS PARTES

La copia estará en la oficina del director de la escuela.

Apéndice R: Carta de Asentimiento para Participantes Menores de Edad



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA DE PUERTO RICO ASENTIMIENTO PARA PARTICIPANTES MENORES DE EDAD

Título de la Investigación:

El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado.

Nombre del Investigador:

Miguel Ángel Delgado Fernández

I. Propósito de la Investigación

Determinar si existe efecto significativo en el aprendizaje de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado al emplear juegos tecnológicos y ejemplos realistas en la sala de clases.

II. Procedimientos

En primer lugar, usted completará un instrumento diseñado por el investigador para medir sus destrezas ejecutando ejercicios de fracciones (preprueba). El instrumento contiene quince ejercicios y se contesta en 45 minutos.

Luego de esto, usted recibirá de parte de su maestro de matemáticas un refuerzo sobre el tema de fracciones que durará 20 minutos de cada clase durante 2 semanas, mediante el empleo de un Módulo Didáctico de ejercicios variados. Uno de los grupos los resolverá mediante Kahoot (grupo experimental A), el otro los resolverá en papel que es un documento impreso (grupo experimental B).

Finalmente, una vez completado el refuerzo, usted completará nuevamente el mismo instrumento usado antes (posprueba).

La actividad de refuerzo será dada a todos los estudiantes, participen o no del estudio, ya que es un repaso para la materia. La participación en ambas pruebas (pre y pos) es la parte voluntaria y no es una evaluación académica. Solamente se usa para comparar los efectos de la metodología de enseñanza utilizada.

Junta de Revisión Institucional
Universidad Interamericana de Puerto Rico
Sept. 2023
FRO/agm

III. Descarga de Responsabilidad

Se releva al DEPR de toda responsabilidad por cualquier reclamación que pueda surgir como consecuencia de las actividades del estudio y de la información que se solicite y se provea por medio de esta. El DEPR, sus empleados y funcionarios no se hacen responsables de cualquier daño, perjuicio o reclamación producto del proceso de realización o del resultado de la investigación; se releva, así, de cualquier obligación y responsabilidad en cualquier reclamación, pleito o demanda que se presente relacionada, directa o indirectamente, con esta investigación.

La investigación es independiente. El DEPR no auspicia ni se solidariza necesariamente con los resultados de la misma. La copia de la carta de consentimiento informado que firme será archivada en la oficina del director de la escuela donde se realizó el estudio.

La responsabilidad, si alguna recae solamente en el investigador.

IV. Beneficios

Su beneficio consiste lo que aprendas a través de las actividades de enseñanza aquí diseñadas y la satisfacción de haber contribuido al estudio. Las actividades están preparadas para ser divertidas y entretenidas.

Por otra parte, participar o no en esta investigación no afectará sus y las pre y pospruebas son anónimas y confidenciales.

Los resultados del estudio ayudarán a determinar si existe efecto significativo entre la enseñanza y aprendizaje en las fracciones, lo cual redundará en el beneficio de conocer en donde hay mejor dominio, si con la enseñanza tradicional o la enseñanza innovadora (aplicación Kahoot y Módulo Didáctico).

En fin, esta investigación es con fines educativos. Una vez finalizada la investigación, los resultados estarán en la Biblioteca General de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán y por medio de este servidor, así como en la Secretaría Auxiliar de Transformación, Planificación y Rendimiento (SATPRe) en el nivel central del DEPR; y si tiene preguntas, respecto a la investigación o desea copia de este documento luego de completarlo y firmarlo, puede comunicarse al teléfono: (787) 435-5289 o al correo electrónico: de162243@miescuela.pr

V. Riesgos

La investigación no representa ningún riesgo para su usted, ya que puedes dejar de contestar las preguntas que le causen dificultad o dejar de participar cuando lo desee. Contestar el instrumento de pre-pos prueba no conllevará riesgo alguno para su persona.

No obstante, un posible riesgo físico sería cansancio. Para minimizar ese riesgo, la

Junta de Revisión Institucional
Universidad Interamericana de Puerto Rico
Sept. 2023
FRO/agn

actividad está diseñada para que dure el tiempo regular de las clases. Usted puede interrumpir la actividad en cualquier momento si se siente cansado. Otro posible riesgo psicológico sería frustración, lo cual puede ocurrir con todo examen o evaluación. Para evitar el mismo, se ha minimizado el número de ejercicios y se ha variado el grado de dificultad, para que cada estudiante pueda responder lo suficiente para sentirse satisfecho.

VI. Cláusula de Confidencialidad

Cualquier información que pueda identificarlo a usted, obtenida durante la investigación, se mantendrá en estricta confidencialidad bajo la custodia del investigador por el lapso de tres años y luego será descartada. Cualquier información personal que se obtenga de usted NO será divulgada. Esto significa que se mantendrá la confidencialidad de las respuestas que usted provea y de su identidad, ya que el instrumento de pre-pos prueba no será identificado con su nombre. Al finalizar la investigación, se procederá a recoger los documentos y luego de tabular los resultados, confirmarlos por medio de un recuento y analizados los mismos, serán destruidos por el investigador, mediante un triturador de papeles.

VII. Compensación

Usted no recibirá compensación económica por la participación en el estudio. Por otra parte, usted sentirá satisfacción entre la respuesta de la posprueba en comparación a la preprueba.

VIII. Voluntariedad

La participación de usted es libre y voluntaria. Usted puede retirarse en el momento que así lo desee sin sanción alguna.

IX. Responsabilidades del Participante

Autorizo a participar voluntariamente en esta investigación. Entiendo que mis responsabilidades como participante son:

1. Contestar una preprueba en el período la clase de Matemática, en una fecha que se coordinará con el director de la escuela.
2. Tomar un refuerzo del tema de fracciones que durará 20 minutos de cada clase durante 2 semanas.
3. Contestar el instrumento de posprueba en el período la clase de Matemática en la escuela.

X. Aceptación del Participante

Certifico que he leído este documento en el que se me explica los procedimientos y condiciones para participar en esta investigación y acepto voluntariamente participar en la misma.

Firma del participante

Fecha

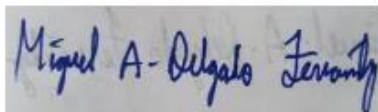
Firma del Investigador

Fecha

De tener alguna duda o pregunta en relación con esta investigación o sus derechos como participante puede comunicarse con:

IAUPR Institutional Review Board
PO BOX 363255 SAN JUAN PR 00936-3255
787-766-1912 ext. 2432
jri@inter.edu

De surgir alguna otra duda o pregunta puede comunicarse con el investigador en:



Miguel A. Delgado Fernández, (787) 435-5289 de162243@miescuela.pr



Alvaro Lecompte Montes, (787) 448-0642 alecompte@intersg.edu

NOTA: USTED TIENE DERECHO A RECIBIR COPIA DE ESTE DOCUMENTO FIRMADO POR AMBAS PARTES

La copia estará en la oficina del director de la escuela.

Apéndice S: Solicitud de Autorización del Director Escolar de la Escuela donde se interesa realizar la Investigación

Lunes, 20 de mayo de 2024

A: Dr. Ricardo Guadalupe Falero

De: Prof. Miguel Ángel Delgado Fernández

Asunto: Solicitud de Permiso a realizar investigación.

Saludos Dr. Guadalupe, espero que se encuentre bien. Soy el profesor Miguel Ángel Delgado Fernández, maestro de Matemáticas de la Escuela Superior Isidro A. Sánchez del Municipio de Luquillo. Actualmente soy estudiante del Programa Doctoral en Educación con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

Actualmente, me encuentro en la etapa final de mis estudios doctorales en términos de mi disertación doctoral. El tema de la tesis es **“El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado”**, que consiste en comparar tres grupos (uno control y dos experimentales A y B) de séptimo grado con respecto a la enseñanza tradicional contra enseñanza mediante la aplicación Kahoot y un Módulo Didáctico de Fracciones creado por este servidor para conocer si existe diferencia significativa entre la enseñanza y aprendizaje en términos de si hubo mejor ejecución en los estudiantes con el tratamiento impartido posterior a la enseñanza tradicional. Esta investigación quiero realizarla en la Escuela Intermedia Rafael N. Coca del Municipio de Luquillo, escuela que usted dirige.

Descripción de la investigación

En esta investigación, participarán 75 estudiantes de séptimo grado. La participación de los estudiantes consistirá en tomar un Módulo Didáctico de Fracciones impreso y digital (por medio de la aplicación Kahoot) y contestar un instrumento de pre-pos prueba diseñado por el investigador para realizar este estudio. El Módulo Didáctico de Fracciones (impreso y digital) será un refuerzo del tema de fracciones que se realizará en la misma clase y tendrá una duración de 20 minutos de cada clase durante 2 semanas. El instrumento de pre-pos prueba contiene quince ejercicios que se desglosan de la siguiente manera: once ejercicios de operaciones con fracciones y cuatro ejercicios verbales de operaciones con fracciones. La pre-pos prueba se contestará en 45 minutos, en la fecha y lugar que se coordinará con el director de la escuela.

Selección de los participantes

El investigador, en este caso este servidor, seleccionará a los posibles participantes para realizar la investigación formal



Approved: August 30, 2024
Expires: August 30, 2025

Funciones del maestro colaborador

El maestro colaborador administrará primeramente una pre-prueba a sus tres grupos (Un grupo control y dos grupos experimentales A y B). Luego de administrar la pre-prueba a sus tres grupos, el mismo ofrecerá un refuerzo del tema de fracciones por medio de la aplicación Kahoot al grupo experimental A y un refuerzo del mismo tema de fracciones por medio de un módulo didáctico impreso al grupo experimental B, ya que tanto la herramienta Kahoot como el módulo didáctico contienen el mismo contenido, la diferencia es que la herramienta Kahoot es digital y el módulo didáctico es impreso. Ambos refuerzos se realizarán por un espacio de 20 minutos de la clase con una duración de dos semanas. Esto no afectará el periodo lectivo del maestro colaborador, ya que de acuerdo al calendario de secuencia del Departamento de Educación, el tema de fracciones es parte del curso. Por otra parte, si el maestro colaborador necesita asistencia o entrenamiento con el uso de la herramienta Kahoot y explicación de la utilización del módulo didáctico, este servidor le puede colaborar con ambas modalidades en su hora de capacitación el día que el mismo prefiera y que sea antes de comenzar la investigación. Si el maestro colaborador acepta lo anterior, dicho entrenamiento se le ofrecerá utilizando su computadora para la herramienta Kahoot y un breve taller en forma de presentación para el módulo didáctico.

Solicitud de colaboración para acceder a la escuela

Es por tal razón que el motivo de este mensaje es para solicitar su colaboración para acceder a la escuela y realizar la investigación formal; y en caso de tener algún documento o varios para llenar, estoy a la disposición de realizar el proceso. Espero su respuesta.

Cordialmente,

Miguel Ángel Delgado Fernández

DEPARTAMENTO DE
EDUCACIÓN



Miguel Ángel Delgado Fernández
Profesor de Matemáticas
de162243@miescuela.pr
(787) 435-5289



Approved: August 30, 2024
Expires: August 30, 2025

Apéndice T: Carta de Presentación para Madres, Padres o Encargados



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA DE PUERTO RICO CARTA DE PRESENTACIÓN PARA MADRES, PADRES O ENCARGADOS

20 de mayo de 2024

Madre, padre o encargado:

Mi nombre es Miguel Ángel Delgado Fernández. Soy estudiante de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán. Como requisito para obtener el grado de Doctorado en Educación con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas estoy realizando la investigación titulada: El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado, cuyo objetivo es comparar grupos para conocer si existe efecto significativo entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado.

En esta investigación, participarán de manera voluntaria 75 estudiantes de séptimo grado de la escuela donde estudia su hijo. Esto no afectará la nota de su hijo, ni su tiempo lectivo. La participación de los estudiantes consistirá en tomar un Módulo Didáctico de Fracciones impreso y digital (por medio de la aplicación Kahoot) y contestar un instrumento de pre-pos prueba diseñado por el investigador para realizar este estudio. El Módulo Didáctico de Fracciones (impreso y digital) será un refuerzo del tema de fracciones que se realizará en la misma clase y tendrá una duración de 20 minutos de cada clase durante 2 semanas. El instrumento de pre-pos prueba contiene quince ejercicios que se desglosan de la siguiente manera: once ejercicios de operaciones con fracciones y cuatro ejercicios verbales de operaciones con fracciones. La pre-pos prueba se contestará en 45 minutos, en la fecha y lugar que se coordinará con el director de la escuela.

El beneficio en esta investigación consiste en lo que aprenda su hijo a través de las actividades de enseñanza aquí diseñadas y la satisfacción de haber contribuido al estudio. Las actividades están preparadas para ser divertidas y entretenidas.

Por otra parte, participar o no en esta investigación no afectará las notas de su hijo y las pre y pospruebas son anónimas y confidenciales.

Los resultados del estudio ayudarán a determinar si existe efecto significativo entre la enseñanza y aprendizaje en las fracciones, lo cual redundará en el beneficio de conocer en donde hay mejor dominio, si con la enseñanza tradicional o la enseñanza innovadora (aplicación Kahoot y Módulo Didáctico).



Approved: August 30, 2024
Expires: August 30, 2025

Es importante que sepas que se releva al DEPR de toda responsabilidad por cualquier reclamación que pueda surgir como consecuencia de las actividades del estudio y de la información que se solicite y se provea por medio de esta. El DEPR, sus empleados y funcionarios no se hacen responsables de cualquier daño, perjuicio o reclamación producto del proceso de realización o del resultado de la investigación; se releva, así, de cualquier obligación y responsabilidad en cualquier reclamación, pleito o demanda que se presente relacionada, directa o indirectamente, con esta investigación. La misma es independiente. El DEPR no auspicia ni se solidariza necesariamente con los resultados de la investigación.

Adjunto está la carta de consentimiento informado para que usted, como madre, padre o encargado, la lea cuidadosamente e indique si concede o no su autorización para la participación de su hijo en la investigación.

Agradeceré su colaboración con esta investigación. De tener alguna duda, puede comunicarse conmigo al teléfono: (787) 435-5289 o al correo electrónico: de162243@miescuela.pr.

Cordialmente,

Nombre del estudiante investigador

Fecha



Approved: August 30, 2024
Expires: August 30, 2025

Apéndice U: Carta de Colaboración para Maestros



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA DE PUERTO RICO CARTA DE COLABORACIÓN PARA MAESTROS

20 de mayo de 2024

Mi nombre es Miguel Ángel Delgado Fernández. Soy estudiante de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán. Como requisito para obtener el grado de Doctorado en Educación con Especialidad en la Enseñanza de las Matemáticas, estoy realizando la investigación titulada: El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado cuyo propósito es comparar grupos para conocer si existe efecto significativo entre la enseñanza y el aprendizaje en el área de las fracciones en los estudiantes de séptimo grado.

Solicito su colaboración para desarrollar algunas de las actividades del estudio. Le proveo información para que pueda tomar la decisión de colaborar o no colaborar.

En esta investigación, participarán 75 estudiantes de séptimo grado. La participación de los estudiantes consistirá en tomar un Módulo Didáctico de Fracciones impreso y digital (por medio de la aplicación Kahoot) y contestar un instrumento de pre-pos prueba diseñado por el investigador para realizar este estudio. El Módulo Didáctico de Fracciones (impreso y digital) será un refuerzo del tema de fracciones que se realizará en la misma clase y tendrá una duración de 20 minutos de cada clase durante 2 semanas. El instrumento de pre-pos prueba contiene quince ejercicios que se desglosan de la siguiente manera: once ejercicios de operaciones con fracciones y cuatro ejercicios verbales de operaciones con fracciones. La pre-pos prueba se contestará en 45 minutos, en la fecha y lugar que se coordinará con el director de la escuela.

No obstante, usted administrará primeramente una pre-prueba a sus tres grupos (Un grupo control y dos grupos experimentales A y B). Luego de administrar la pre-prueba a sus tres grupos, ofrecerá un refuerzo del tema de fracciones por medio de la aplicación Kahoot al grupo experimental A y un refuerzo del mismo tema de fracciones por medio de un módulo didáctico impreso al grupo experimental B, ya que tanto la herramienta Kahoot como el módulo didáctico contienen el mismo contenido, la diferencia es que la herramienta Kahoot es digital y el módulo didáctico es impreso. Ambos refuerzos se realizarán por un espacio de 20 minutos de la clase con una duración de dos semanas. Esto no afectará su periodo lectivo, ya que de acuerdo al calendario de secuencia del Departamento de Educación, el tema de fracciones es parte del curso. Por otra parte, de usted necesitar asistencia o entrenamiento con el uso de la herramienta Kahoot y explicación de la utilización del módulo didáctico, este servidor le puede colaborar con ambas modalidades en su hora de capacitación el día que usted prefiera y que sea antes de comenzar la investigación. De usted aceptar lo anterior, dicho entrenamiento se le ofrecerá utilizando su computadora para la herramienta Kahoot y un breve taller en forma de presentación para el módulo didáctico.



Approved: August 30, 2024
Expires: August 30, 2025

La participación de los estudiantes es voluntaria y no conlleva riesgos para él, se mantendrá la confidencialidad de las respuestas que los estudiantes provean y de su identidad, ya que el instrumento de pre-pos prueba no será identificado con el nombre.

Esta investigación es con fines educativos y libre de riesgos a su persona, las actividades de este estudio son voluntarias. Deberá:

1. salvaguardar la confidencialidad de la información contenida en los documentos (cartas de consentimiento informado y asentimiento informado).
2. entregar la carta de consentimiento informado a los estudiantes para que la lleven a sus madres, padres o encargados y recogerla, una vez esté firmada, a fin de confirmar la autorización para la participación de los estudiantes en el estudio.
3. entregar la carta de asentimiento informado a los estudiantes y recogerla debidamente completada y firmada por estos.

Es importante que sepa que se releva al DEPR de toda responsabilidad por cualquier reclamación que pueda surgir como consecuencia de las actividades del estudio y de la información que se solicite y se provea por medio de esta. El DEPR sus empleados y funcionarios no se hacen responsables de cualquier daño, perjuicio o reclamación producto del proceso de realización o del resultado de la investigación; se releva, así, de cualquier obligación y responsabilidad en cualquier reclamación, pleito o demanda que se presente relacionada, directa o indirectamente, con esta investigación. La misma es independiente. El DEPR no auspicia ni se solidariza necesariamente con los resultados de la investigación.

Una copia de esta carta firmada por usted será archivada en la oficina del director de la escuela donde se realizó el estudio. Si tiene preguntas respecto a la investigación o si desea copia de este documento, luego de completarlo y firmarlo, puede comunicarse conmigo al teléfono: (787) 435-5289 o al correo electrónico: de162243@miescuela.pr.

De usted estar de acuerdo o no en participar en esta investigación, por favor marque con una equis en el espacio que indique su decisión, complete la información requerida y firme el documento.

☐ Certifico que he leído este documento en el que se me explica los procedimientos y condiciones para participar en esta investigación y acepto voluntariamente participar en la misma.

☐ No acepto participar en el estudio.

Nombre del participante

Firma del participante

Nombre del investigador

Firma del investigador

Fecha

Esta sección no puede recortarse ni desprenderse del documento.



Approved: August 30, 2024
Expires: August 30, 2025

Apéndice V: Aprobación del IRB para realizar Estudio Piloto



DATE: August 30, 2024

TO: Miguel Delgado, MA
FROM: IAUPR Institutional Review Board

PROJECT TITLE: [2135835-1] El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado.

REFERENCE #: SG PHD ED
SUBMISSION TYPE: New Project

ACTION: APPROVED WITH CONDITIONS (PILOT PHASE)
APPROVAL DATE: August 30, 2024
EXPIRATION DATE: August 30, 2025
REVIEW TYPE: Expedited Review

REVIEW CATEGORY: Expedited review category # D 2 (I)

This letter is to inform you that the IAUPR Institutional Review Board has **APPROVED** your **PILOT PHASE ONLY** submission. This approval is based on an appropriate risk/benefit ratio and a project design wherein the risks have been minimized. All research must be conducted in accordance with this approved submission.

This submission has received Expedited Review based on the applicable federal regulation.

The following conditions must be taken into account:

1. Remember that informed consent is a process beginning with a description of the project and insurance of participant understanding followed by a signed consent form. Informed consent must continue throughout the project via a dialogue between the researcher and research participant. **Federal regulations require that each participant receives a copy of the consent document.**
2. Please note that any revisions to previously approved materials must be approved by the IAUPR IRB prior to initiation and human subject's inclusion. Please use the appropriate revision forms for this procedure.*
3. All UNANTICIPATED PROBLEMS involving risks to subjects or SERIOUS and UNEXPECTED adverse events must be reported promptly to this office. Please use the appropriate reporting forms for this procedure. If applicable, all FDA as well as, sponsor reporting requirements should also be followed.
4. All NON-COMPLIANCE issues or COMPLAINTS regarding this project must be reported promptly to this office.*
5. The researcher must submit a report of findings within 30 days after the expiration day of the IRB approval if no continuing review is been requested to further continue the protocol.*



6. This project has been determined to be a MINIMAL RISK project. Based on the risks, this project requires continuing review by this committee on an annual basis. Please use the appropriate forms for this procedure. Your documentation for continuing review must be received with sufficient time for review and continued approval before the expiration date of August 30, 2025.

7. Please note that all research records must be retained for a minimum of three years after the completion of the project.*

If you have any questions, please contact the IAUPR Institutional Review Board at 787-766-1912 exts. 2432 or iri@inter.edu. Please include your project title and reference number in all correspondence with this committee.

Important notices (Spanish):

Revisiones o modificaciones a todo documento o material previamente autorizado por la JRI deberá ser sometido a la Junta para revisión y autorización previo a incluir sujetos humanos o aplicar los procesos a los sujetos humanos.

Cualquier evento adverso o problemas no anticipados deberán ser reportados a la JRI con prontitud.

Será responsabilidad del investigador someter un reporte final de hallazgos dentro de 30 días luego de la fecha de expiración de la autorización del protocolo si no se ha solicitado una revisión de continuación del protocolo a la JRI.

Deberá mantener en archivo todos los documentos relacionados por un periodo de tres años luego de la fecha de expiración del protocolo.

This letter has been electronically signed in accordance with all applicable regulations, and a copy is retained within Inter American University of Puerto Rico's Institutional Review Board records.



Apéndice W: Apobación del IRB para el Estudio Formal



DATE: September 12, 2024

TO: Miguel Delgado, MA
FROM: IAUPR Institutional Review Board

PROJECT TITLE: [2135835-1] El Efecto de los Juegos Tecnológicos y Ejemplos Realistas en el Aprendizaje de las Fracciones en los Estudiantes de Séptimo Grado.

REFERENCE #: SG PHD ED
SUBMISSION TYPE: New Project

ACTION: APPROVED (FORMAL PHASE)
APPROVAL DATE: September 12, 2024
EXPIRATION DATE: September 12, 2025
REVIEW TYPE: Expedited Review

REVIEW CATEGORY: Expedited review category # D 2 (I)

This letter is to inform you that the IAUPR Institutional Review Board has **APPROVED** your **FORMAL PHASE** submission. This approval is based on an appropriate risk/benefit ratio and a project design wherein the risks have been minimized. All research must be conducted in accordance with this approved submission.

This submission has received Expedited Review based on the applicable federal regulation.

The following conditions must be taken into account:

1. Remember that informed consent is a process beginning with a description of the project and insurance of participant understanding followed by a signed consent form. Informed consent must continue throughout the project via a dialogue between the researcher and research participant. **Federal regulations require that each participant receives a copy of the consent document.**
2. Please note that any revisions to previously approved materials must be approved by the IAUPR IRB prior to initiation and human subject's inclusion. Please use the appropriate revision forms for this procedure.*
3. All UNANTICIPATED PROBLEMS involving risks to subjects or SERIOUS and UNEXPECTED adverse events must be reported promptly to this office. Please use the appropriate reporting forms for this procedure. If applicable, all FDA as well as, sponsor reporting requirements should also be followed.
4. All NON-COMPLIANCE issues or COMPLAINTS regarding this project must be reported promptly to this office.*
5. The researcher must submit a report of findings within 30 days after the expiration day of the IRB approval if no continuing review is been requested to further continue the protocol.*



6. This project has been determined to be a MINIMAL RISK project. Based on the risks, this project requires continuing review by this committee on an annual basis. Please use the appropriate forms for this procedure. Your documentation for continuing review must be received with sufficient time for review and continued approval before the expiration date of September 12, 2025.

7. Please note that all research records must be retained for a minimum of three years after the completion of the project.*

If you have any questions, please contact the IAUPR Institutional Review Board at 787-766-1912 exts. 2432 or jri@inter.edu. Please include your project title and reference number in all correspondence with this committee.

Important notices (Spanish):

Revisiones o modificaciones a todo documento o material previamente autorizado por la JRI deberá ser sometido a la Junta para revisión y autorización previo a incluir sujetos humanos o aplicar los procesos a los sujetos humanos.

Cualquier evento adverso o problemas no anticipados deberán ser reportados a la JRI con prontitud.

Será responsabilidad del investigador someter un reporte final de hallazgos dentro de 30 días luego de la fecha de expiración de la autorización del protocolo si no se ha solicitado una revisión de continuación del protocolo a la JRI.

Deberá mantener en archivo todos los documentos relacionados por un periodo de tres años luego de la fecha de expiración del protocolo.

This letter has been electronically signed in accordance with all applicable regulations, and a copy is retained within Inter American University of Puerto Rico's Institutional Review Board records.